

黄江培,杜家云,曹颖,等. 2023. 云南流动重力观测中相对重力仪漂移估计方法[J]. 地震研究, 46(4): 511–520, doi: 10.20015/j.cnki.ISSN1000–0666.2023.0060.

Huang J P, Du J Y, Cao Y, et al. 2023. The estimation method of the zero drift of the relative gravimeter in high-precision time-varying gravity observation in Yunnan[J]. *Journal of Seismological Research*, 46(4): 511–520, doi: 10.20015/j.cnki.ISSN1000–0666.2023.0060.

云南流动重力观测中相对重力仪漂移估计方法^{*}

黄江培¹, 杜家云², 曹颖¹, 郑秋月¹, 刘东¹, 吴宇琴¹, 王青华¹

(1. 云南省地震局, 云南 昆明 650024; 2. 弥勒县地震局, 云南 弥勒 652399)

摘要: 针对在陆地百千米以上的时变流动重力观测网络中, 相对重力仪非线性漂移率和仪器性能偏差是影响观测结果精度的主要误差来源这一问题, 以1990—2022年云南流动重力观测数据为例, 对比传统最小二乘平差方法和贝叶斯平差方法得到的非线性漂移率结果, 系统测评了贝叶斯估计方法对于提高重力平差结果精度的有效性。结果表明, 可以通过贝叶斯优化方法给出合适的仪器权重和非线性漂移率, 减少多台相对重力仪性能差异造成的误差和传统线性漂移计算方法造成的有效漂移遗失, 提高平差结果的精度。

关键词: 漂移率; 贝叶斯估计; 流动重力观测; 平差结果; 云南

中图分类号: P315.62 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000–0666(2023)04–0511–10

doi:10.20015/j.cnki.ISSN1000–0666.2023.0060

0 引言

由于地球的不可入性, 高精度时变重力被视为探测地球内部密度变化的主要手段, 被广泛地应用于各个科学研究领域, 包括矿物探测(李小孟, 曾华霖, 1996)、地壳构造特征(陈石, 王溪身, 2015, 汪健等, 2015)、地下水变化特征(余雅文等, 2015)和地震研究(卢造勋等, 1978; 陈运泰等, 1980; 吴国华等, 1995, 1997; 祝意青等, 2015, 2018; 孙少安等, 2015; 胡敏章等, 2019; Xing et al, 2021; 刘洪良等, 2021; 黄江培等, 2022)等方面。但在高精度重力获取过程中, 受外部环境、仪器设备性能等影响, 其数据质量成为众多学者最关心的问题之一。外部环境中的温度、气压、固体潮等影响因素目前已经有被国际学会接受的经验改正公式进行解算; 由于个体差异极大, 仪器性能方面的一次项、格值系数、漂移率等特征, 无法进行统一规定, 只能通过仪

器厂商的出厂设置、观测前的仪器标定、观测数据的似然估计综合获取。

2010年以前, 中国大陆的流动重力观测网络主要采用以Lacoste(拉科斯特)和Burries(贝尔雷斯)为主的金属弹簧重力仪进行流动重力观测工作, 金属弹簧型的漂移率基本为 $(1 \sim 3) \times 10^{-8} (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})/\text{h}$ (邢乐林等, 2010; 赵云峰等, 2018), 所以这个阶段主要是针对仪器一次项及格值系数的改正研究。2010年以后, CG-5型石英弹簧相对重力仪被引进并广泛应用, 其采用自动倾斜补偿、高精度温度控制、电子读数等先进技术, 出厂设置将格值进行了处理, 参数估计中只需要考虑一次项及漂移率即可, 而且在一个观测周期内, 可以采用相同的一次项系数解算(郝洪涛等, 2016, 黄江培等, 2020)。

2009年6月, 中国地震局在武汉及江西九江庐山基线场对10台CG-5相对重力仪进行测试, 显示其静态漂移率呈较好的线性, 平均静态漂移率与平均动态漂移率符合性较好, 个别仪器线性

^{*} 收稿日期: 2023–02–28.

基金项目: 中国地震局震情跟踪定向工作(2023010222)。

第一作者简介: 黄江培(1984–), 工程师, 主要从事相对重力数据采集及分析研究工作。

E-mail: 164909307@qq.com.

漂移率较大,最大超过 $100 \times 10^{-8} (\text{m} \cdot \text{s}^{-2}) / \text{h}$ (邢乐林,李辉,2010)。通过本次标定,发现平均动态漂移率与静态线性漂移率吻合较好,认为将动态漂移进行线性化计算是可行的。但在实际工作中,CG-5 相对重力仪的零点漂移并不是线性的(汪健等,2016;杨雅慧等,2021),并且漂移率变化可达到 $10 \times 10^{-8} (\text{m} \cdot \text{s}^{-2}) / \text{h}$ (隗寿春等,2016,2017),因此在一个观测周期内将漂移率当做一个定值进行平差的方法是不恰当的。针对这种情况,学者们提出了分段平差法(隗寿春等,2016)、基于贝叶斯准则的似然估计法(Chen *et al.*, 2019)等,其中贝叶斯平差方法的有效性得到了部分学者的验证(王林海等,2020;杨锦玲等,2021;Zheng *et al.*, 2022)。本文基于云南地区近 30 年的流动重力观测数据,分别采用基于传统最小二乘原理的平差方法计算线性漂移及基于贝叶斯原理的平差方法计算非线性漂移率,提出合理的相对重力仪零漂参数估计方案,以期为高精度时变重力数据处理提供参考。

1 数学模型

1.1 漂移率

相对重力仪零点漂移是指仪器零点随着弹簧的老化、弹性疲劳、测值段的突变或在运输过程中发生颠簸等因素出现的偏移,在不考虑观测误差和测点重力实际变化的情况下,可以理解为同一测点在不同时间段重复观测的差值。漂移率则是在单位时间内的零点漂移量,一般取 1 h 为时间单位。设观测值为 g ,观测时间间隔为 t ,漂移率 v 计算公式为(隗寿春等,2017):

$$v = \frac{(g' - g) - \sum (g'_i - g_i)}{(t' - t) - \sum (t'_i - t_i)} \quad (1)$$

式中: g 、 g' 、 t 、 t' 分别为测点往返观测值和观测时间; $\sum (g'_i - g_i)$ 和 $\sum (t'_i - t_i)$ 分别为需要计算静止漂移的测点的初测和离开时的测值和时间。式(1)可作为外业单条测线往返测量时的仪器漂移率预处理计算模型。

1.2 最小二乘平差方法

由于 CG 型号仪器不考虑二次项以上的影响,在经过固体潮、温度、气压等改正以后,仅考虑

一次项系数及漂移影响即可,其误差方程可以简化为:

$$V_{ij} = (\bar{g}_i - \bar{g}_j) - E_N(g_i - g_j) - D_N(t_i - t_j) \quad (2)$$

式中: V_{ij} 为段差观测值($g_i - g_j$)的改正数; \bar{g}_i 、 \bar{g}_j 为*i*、*j*点平差后的重力值; t_i 、 t_j 为*i*、*j*两点上的观测时刻; D_N 为漂移率,在整个观测周期内当做一个未知数进行求解; E_N 为一次项系数,可在开测前的仪器标定中获得,也可在测网全部观测完成后,利用已知的绝对重力点进行标定得出。

1.3 贝叶斯平差方法

设观测误差、绝对重力测点观测误差及每日漂移率变化误差均服从正态分布,则有:

$$\mathbf{Ax} + \mathbf{Dv} - \mathbf{y} \sim N(0, \sigma^2) \quad (3)$$

$$\mathbf{Gx} + \mathbf{g} \sim N(0, \sigma_g^2) \quad (4)$$

$$\mathbf{Bv} \sim N(0, \sigma_b^2) \quad (5)$$

式中: $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_p]^T$,为待估重力点值; $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_p]^T$,为待求漂移率; $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_p]^T$,为观测段差; $\mathbf{g} = [g_1, g_2, \dots, g_p]^T$,为绝对点值; p 为测点数; σ^2 、 σ_g^2 、 σ_b^2 分别为观测方差、绝对重力观测方差及仪器漂移率方差; \mathbf{A} 为观测矩阵,当未知重力点 x_i 为段差 y_i 的终点时, $A_{ij} = 1$,反之,对应起点时, $A_{ij} = -1$,否则为 0; \mathbf{D} 为所有段差观测的时间间隔,与 \mathbf{A} 和段差向量 \mathbf{y} 相对应; \mathbf{G} 为绝对重力矩阵,对应已知重力点值,即当相对重力观测的联测点*i*为已知重力点时, $G_i = 1$,否则为 0; \mathbf{B} 为二阶光滑矩阵,表示为:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & & \\ & 1 & -2 & 1 & \\ & & \dots & \dots & \\ & & & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

\mathbf{S} 为 \mathbf{A} 、 \mathbf{D} 、 \mathbf{G} 和 \mathbf{B} 的联合矩阵,表示为:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{D} \\ \mathbf{G} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (7)$$

\mathbf{X} 为未知重力点值 x 和漂移率 v 的联合矩阵, \mathbf{Y} 为策略段差 y 及已知重力点值 g 的联合矩阵,分别表示为:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix}, \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y \\ g \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

由式 (7) ~ (8) 可得：

$$\mathbf{S}\mathbf{X} = \mathbf{Y} \quad (9)$$

\mathbf{W} 为权矩阵，即方差的倒数矩阵，表示为：

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{W} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{W}_g & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{W}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^{-2} & & \\ & \sigma_g^{-2} & \\ & & \sigma_b^{-2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中： \mathbf{W}_g 为已知重力点权矩阵； \mathbf{W}_b 为漂移率权矩阵，此时，该平差问题的最小二乘解求解公式为：

$$\mathbf{U}(\mathbf{X}) = (\mathbf{S}\mathbf{X} - \mathbf{Y})^T \overline{\mathbf{W}} (\mathbf{S}\mathbf{X} - \mathbf{Y}) \quad (11)$$

基于式 (3) ~ (5) 的先验假设条件，可以给出漂移率、绝对重力点值及相对观测段差的先验概率密度为：

$$p(\mathbf{v}) = \left| \frac{\mathbf{B}^T \mathbf{W}_b \mathbf{B}}{2\pi} \right|_+^{\frac{1}{2}} \cdot \exp \left[-\frac{(\mathbf{B}\mathbf{v})^T \mathbf{W}_b (\mathbf{B}\mathbf{v})}{2} \right] \quad (12)$$

$$p(g | v, x) = \left| \frac{\mathbf{W}_g}{2\pi} \right|^{\frac{1}{2}} \exp \left[-\frac{(\mathbf{G}x - g)^T \mathbf{W}_g (\mathbf{G}x - g)}{2} \right] \quad (13)$$

$$p(y | v, x) = \left| \frac{\mathbf{W}}{2\pi} \right|^{\frac{1}{2}} \exp \left[-\frac{(\mathbf{A}x + \mathbf{D}v - y)^T \mathbf{W} (\mathbf{A}x + \mathbf{D}v - y)}{2} \right] \quad (14)$$

式中：“+”表示非零特征值的积。

基于贝叶斯公式，漂移率和重力点值的后验概率密度函数可表示为：

$$p(v, x | g, y) = \frac{p(g, y | v, x)p(v)}{\iint p(g, y | v, x)p(v) dv dx} \quad (15)$$

采用贝叶斯信息准则 (ABIC) 原理，能在模型参数复杂度 (参数数量) 与模型对数据集描述能力 (即似然函数) 之间寻求最佳平衡，通过求取 ABIC 最小值进行贝叶斯模型优化估计，本文所用数据采用单纯形非线性优化法加速 ABIC 最小化 (Nelder, Mead, 1965)，表示为：

$$\begin{aligned} ABIC &= -2\max \log(\text{maximum likelihood}) + \\ 2(\text{No. of hyperparameters}) &= \log \det \begin{pmatrix} \mathbf{W} & 0 \\ 0 & \mathbf{W}_a \end{pmatrix}^{-1} + \\ \log \det \mathbf{S}^T \mathbf{W} \mathbf{S} - \log \det^+ (2\pi \mathbf{B}^T \mathbf{W}_b \mathbf{B}) &+ \log \min [\mathbf{U}(\mathbf{X})] + \\ 2H & \quad (16) \end{aligned}$$

2 数据分析

2.1 漂移率及点值误差

本文收集 1990—2022 年云南地区的流动重力观测数据，采用最小二乘平差方法 (ADJ) 及贝叶斯平差方法 (BAY) 分别计算其漂移率，统计结果见表 1，表中 ADJ 即为整期漂移率，BAY 取整期观测中每日漂移率的平均值。其中 1990—2013 年所用仪器为 Lacoste 金属弹簧相对重力仪，2014 年以后采用 CG-5 石英弹簧相对重力仪，2014 年所用数据为在仪器中设置漂移率后的观测数据，2015 年以后所用数据为未进行漂移率修正的数据。从表 1 可见，不管使用哪种型号的仪器，通过 BAY 和 ADJ 计算的每日漂移率的平均值都非常接近。

表 1 ADJ 计算的漂移率与 BAY 计算的漂移率均值对比

Tab. 1 Comparison between drift rate calculated by the ADJ method and average drift rate calculated by the BAY method

期次	漂移率/($10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{h}^{-1}$)				平均点值精度/($10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)		观测起止日期		
	ADJ		BAY		ADJ	BAY	起	止	历时/d
1990-03	0.7	-3.9	0.6	-4.0	9.4	10.4	1990-03-06	1990-04-12	37
1991-11	-0.8	-1.4	-0.4	-1.5	15.9	15.4	1991-11-27	1991-12-27	30
1992-04	1.3	-5.8	1.8	-6.5	11.5	22.0	1992-03-25	1992-05-05	41
1992-11	0.4	-2.1	0.2	-2.1	23.1	15.1	1992-11-16	1992-12-16	30
1993-03	1.1	-3.0	0.9	-3.1	14.1	13.3	1993-03-29	1993-04-29	31
1993-11	0.1	-2.0	-0.2	-2.0	11.9	10.7	1993-11-23	1993-12-23	30

续表 1

期次	漂移率/($10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{h}^{-1}$)				平均点值精度/($10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)		观测起止日期		
	ADJ		BAY		ADJ	BAY	起	止	历时/d
1994-04	-1.4	-3.5	-1.5	-3.6	17.9	15.0	1994-04-21	1994-05-13	22
1994-12	-0.6	-3.0	-0.7	-3.6	13.8	13.9	1994-11-21	1994-12-23	32
1995-04	-0.6	-4.3	-0.8	-8.9	20.2	21.4	1995-04-27	1995-05-30	33
1995-11	-0.4	-3.8	-0.6	-4.4	17.2	16.4	1995-11-11	1995-12-08	27
1996-02	1.3	-3.2	1.1	-3.2	13.7	14.3	1996-02-09	1996-03-09	29
1996-08	-1.3	-3.5	-1.6	-2.0	17.5	15.9	1996-08-17	1996-09-14	28
1997-02	0.4	1.4	0.6	0.6	15.1	15.5	1997-02-19	1997-03-25	34
1997-10	-0.9	1.5	-1.0	2.1	13.3	11.5	1997-10-09	1997-11-9	31
1998-02	-0.9	-1.7	-0.8	-1.9	13.4	12.7	1998-02-17	1998-03-23	34
1998-08	-0.3	0.7	-0.9	1.1	14.1	15.2	1998-08-14	1998-09-14	31
1999-04	-0.8	0.2	-0.9	0.2	11.2	11.3	1999-04-18	1999-05-23	35
1999-10	2.8	-0.2	1.1	-2.4	12.5	16.8	1999-10-15	1999-11-08	24
2000-03	-2.0	-0.7	-2.1	-0.4	12.7	10.8	2000-03-11	2000-04-09	29
2000-08	0.3	0.1	0.1	-0.1	9.9	8.0	2000-08-24	2000-09-24	31
2001-02	-0.7	-0.8	-0.5	-0.7	12.1	10.1	2001-02-19	2001-03-19	28
2001-08	0.0	1.1	0.1	1.1	13.4	11.1	2001-08-06	2001-08-27	21
2002-03	-0.7	0.7	-0.8	0.7	13.1	12.0	2002-03-02	2002-03-25	23
2002-10	-2.0	-0.2	-2.5	-0.5	45.3	10.9	2002-09-29	2002-10-23	24
2003-03	0.5	-1.6	0.3	-1.8	12.3	10.0	2003-02-26	2003-03-22	24
2004-02	2.0	0.6	1.7	0.5	12.8	10.5	2004-02-20	2004-03-13	22
2005-03	0.9	-0.1	0.2	0.1	9.6	10.0	2005-03-03	2005-03-27	24
2005-10	-0.4	-0.2	-0.4	-0.3	9.0	9.2	2005-10-20	2005-11-12	23
2006-09	-1.0	0.0	-1.0	0.0	9.1	9.1	2006-09-19	2006-10-15	26
2007-04	0.0	-0.1	-0.1	-0.2	8.5	8.6	2007-04-17	2007-05-14	27
2007-10	-0.6	0.7	-0.5	0.7	8.4	8.6	2007-10-24	2007-11-10	17
2008-03	0.1	-0.3	-0.6	-1.0	12.1	10.3	2008-03-01	2008-03-20	19
2008-10	2.3	0.1	0.3	0.0	8.4	9.0	2008-10-27	2008-11-14	18
2009-02	0.4	0.2	0.2	0.0	11.8	9.7	2009-02-20	2009-03-10	18
2009-07	-0.9	0.4	-1.1	0.5	8.0	9.2	2009-07-02	2009-07-24	22
2010-03	0.2	-2.3	0.1	-2.4	7.5	8.5	2010-03-09	2010-03-27	18
2010-08	-0.6	-5.1	-0.5	-5.2	8.1	9.2	2010-07-29	2010-08-17	19
2011-03	-1.1	-4.4	-0.7	-4.0	8.7	7.5	2011-02-25	2011-04-17	51
2011-08	0.7	-3.8	0.4	-3.8	7.5	8.0	2011-08-14	2011-09-18	35
2012-03	0.7	0.4	0.5	0.2	6.6	6.6	2012-03-12	2012-04-15	34
2012-08	-0.6	-0.9	-0.7	-1.0	10.5	7.3	2012-07-26	2012-08-29	34
2013-03	-0.6	-0.2	-0.8	-0.3	5.7	6.6	2013-03-06	2013-04-15	40
2013-08	-0.3	-0.3	-0.2	-0.3	16.1	11.0	2013-08-10	2013-09-25	46
2014-02	0.0	0.0	0.0	-0.1	9.1	8.9	2014-03-06	2014-04-26	51
2015-03	48.0	50.3	47.9	50.2	7.6	6.7	2015-03-13	2015-04-28	46
2015-08	62.6	60.5	62.4	60.3	6.8	6.1	2015-08-07	2015-09-24	48
2016-02	44.0	40.9	43.7	40.7	7.0	6.9	2016-02-25	2016-04-11	46
2016-07	53.3	49.5	53.2	49.3	9.8	9.4	2016-07-25	2016-09-12	49
2017-02	39.0	37.4	39.4	36.7	8.3	6.9	2017-02-13	2017-04-21	67
2017-07	46.0	44.9	46.1	44.5	8.8	8.4	2017-07-19	2017-09-29	72
2018-03	33.2	33.4	34.0	33.2	11.9	7.2	2018-03-03	2018-06-03	92
2018-07	43.0	42.1	42.3	41.9	10.8	8.4	2018-07-02	2018-09-28	88

续表 1

期次	漂移率/($10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{h}^{-1}$)				平均点值精度/($10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)		观测起止日期		
	ADJ		BAY		ADJ	BAY	起	止	历时/d
2019-02	30.6	31.3	30.0	31.1	8.0	7.4	2019-02-18	2019-05-16	87
2019-07	39.4	37.3	39.0	37.1	8.6	6.5	2019-07-01	2019-09-20	81
2020-03	25.8	27.6	26.8	28.5	7.2	5.9	2020-03-16	2020-06-15	91
2020-07	32.8	36.0	33.3	36.9	7.4	4.8	2020-07-01	2020-10-10	101
2021-03	23.3	26.2	23.0	26.0	13.6	9.9	2021-03-11	2021-05-25	75
2021-07	32.6	35.5	32.3	34.9	14.1	11.6	2021-06-13	2021-09-22	101
2022-02	25.3	26.8	25.2	26.6	12.4	9.1	2022-02-22	2022-04-12	49
2022-06	28.9	33.6	29.0	33.3	12.5	7.5	2022-06-22	2022-09-30	100

注：由于每期观测均使用两台相对重力仪进行观测，表中使用 ADJ 计算的漂移率为同期观测使用的两台仪器的漂移率计算结果，BAY 计算的漂移率为同期观测两台仪器的日漂移率平均值。

从表 1 中可以看出，2014 年以前，仪器漂移率基本都在 $4 \times 10^{-8} (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})/\text{h}$ 以内，两种方法计算的点值平均误差也没有明显差距；2014 年以后，CG-5 相对重力仪的漂移率较大，且漂移率明显是变化的，在一个观测周期内，将漂移率当做一个定值处理是欠妥的，ADJ 计算结果的点值误差基本大于 BAY 计算结果。

2.2 漂移率变化分析

由表 1 可以看出，一个观测周期内，使用 BAY 计算的非线性漂移率的数学期望就是使用 ADJ 计算的线性漂移率，说明 BAY 计算结果是可靠的。本文以 2020-03 期为例，进一步分析 1 个测期内漂移率的变化情况，图 1 为 2020-03 期观测网示意图。

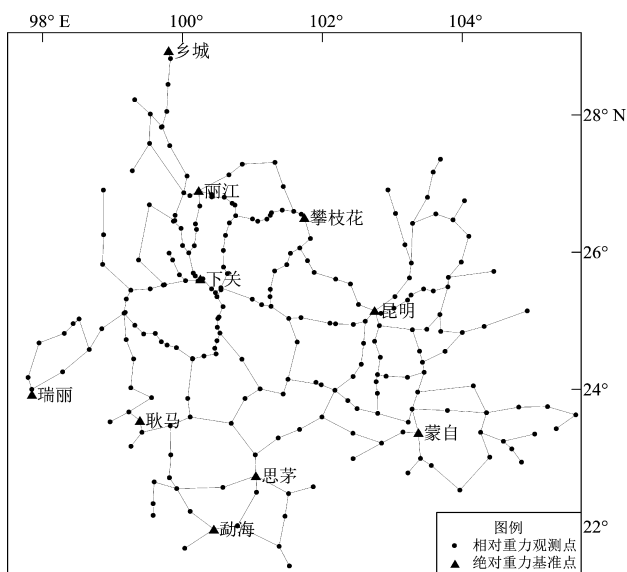


图 1 2020-03 期观测网示意图

Fig. 1 Schematic diagram of observation network during the 2023-03 surveying period

野外数据采集过程中，采用 $A \rightarrow B \rightarrow C \cdots N \cdots C \rightarrow B \rightarrow A$ 的测线往返观测模式，一条测线往返观测时间不超过 72 h，其中 $A \rightarrow B$ 与 $B \rightarrow A$ 构成一个往返测段，2020-03 测期共计完成 82 条测线、275 个测段，历时 91 d。如果不考虑偶然误差，根据式 (1) 可以计算出每个测段及每条测线的仪器漂移率，然后根据大量的漂移率样本量，拟合出漂移率的变化趋势，如图 2 所示。为了与 BAY 计算结果对应，测段及测线编号均按照时间先后排序。

根据式 (1) 计算的每个测段漂移率，是将每个往返两次观测的不等差均当做漂移处理，即误差全带入，此时如果观测间隔较短，实际漂移不大，求取的漂移率中大部分是由误差引起的。2020-03 期全网观测点值平均精度为 $8.8 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$ ，全网漂移率为 $26.3 \times 10^{-8} (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})/\text{h}$ 。根据误差理论，一般取大于 2 倍误差的变化值作为有效数据，即变化大于 $17.6 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$ 才能视为计算的漂移率是有效的，通过与漂移率取商，得出测段观测时间间隔需达到 40 min 以上，才能计算有效漂移率。在实际观测中有部分测段观测间隔低于 40 min，所以图 2a 中，存在部分离散幅度非常大的测点，可理解为观测误差大于实际漂移。图 2b 中采用往返测线作为计算基础，每条测线均包含 2 段以上测段，部分高达 10 多个，每个测段均是一次独立观测，偶然误差能够叠加消除一部分，计算采用的有效间隔时间也较长，所以计算的漂移率离散度明显降低。虽然测段及测线计算的结果均是误差全带入的结果，不过当样本量较大时，通过拟合得出的趋势是准确的。从图 2 可以看出，CG-1170 仪器的漂移率近似于线性，变化不大，但 CG-1169 仪器的漂移率有明显的变化趋势。图 3 为整网计算的使用 ADJ 和 BAY 得到的漂移率。

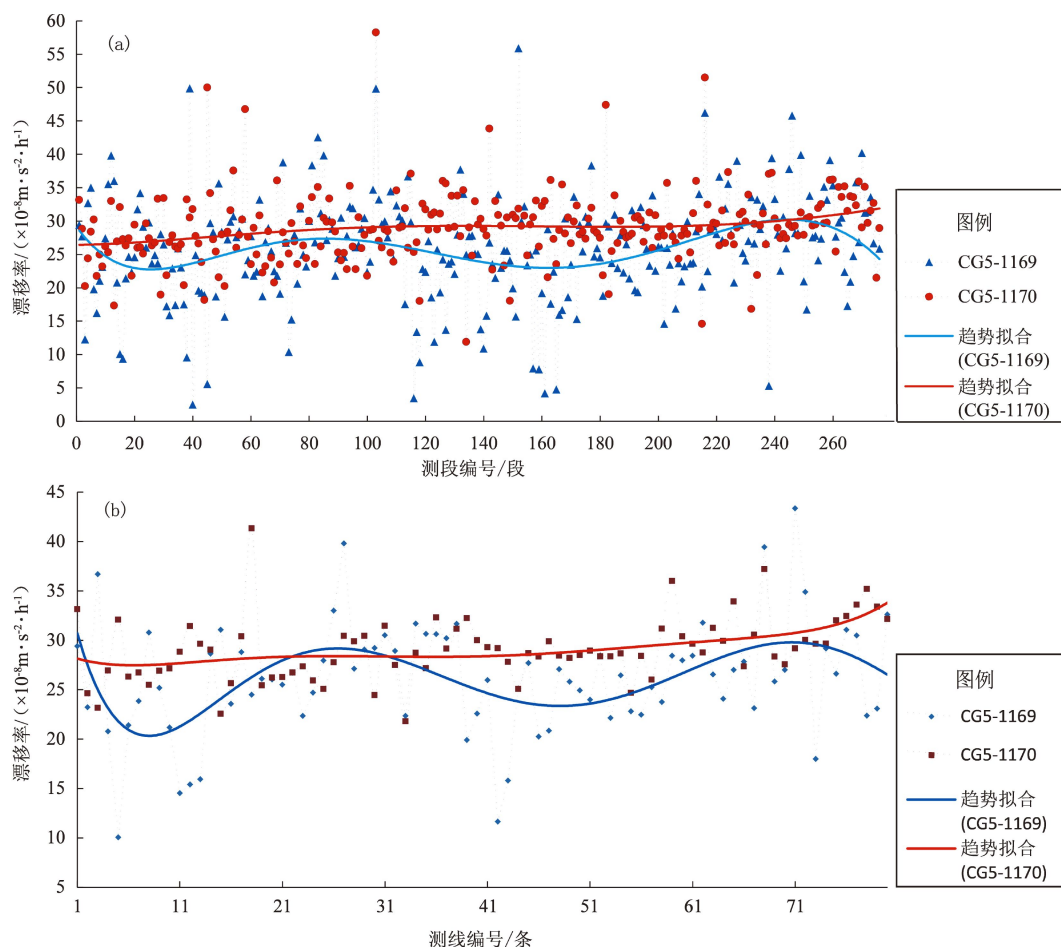


图 2 2020-03 测期所有测段 (a) 和测线 (b) 漂移率

Fig. 2 Drift rate of all survey sections (a) and survey lines (b) during the 2020-03 surveying period

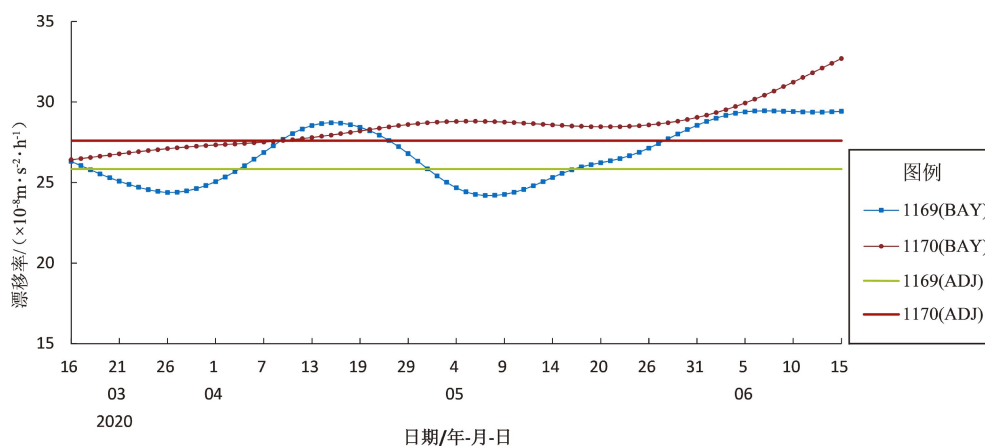


图 3 2020-03 测期使用 ADJ 及 BAY 计算得到的漂移率

Fig. 3 Drift rates calculated by the ADJ method and the BAY method during the 2020-03 surveying period

从图 3 可以看出, BAY 结果与所有测段和测线计算的漂移率变化趋势 (图 2) 一致, 其中使用 BAY 计算的 CG5-1170 仪器的漂移率从 4 月 7 日以后一直处于 ADJ 计算结果的上方,

且差值在不断增大; 在 5 月 17 日之前, 使用 BAY 计算的 CG5-1169 仪器的漂移率处于 ADJ 计算结果附近上下波动的状态, 但是从 5 月 18 日之后, 一直处于 ADJ 计算结果之上, 并且差

值也在不断增大。在 ADJ 平差计算时, 偏离部分的有效漂移率被当做误差处理了, 而 BAY 算法能够极大的拟合这些有效漂移率。

2.3 点值精度对比

从表 1 能够发现, 使用 CG-5 型相对重力仪后, BAY 全网计算结果的平均点值精度均优于 ADJ 计算结果, 本文采用 2020-03 测期数据, 分析两种方法计算结果的具体点值精度情况。

从表 2 可以看出, 在 $\sigma < 5$ 区间, BAY 计算结果的点值精度明显大于 ADJ 计算结果; 在 $\sigma < 7$ 区间, BAY 结果测点占比达到 86%, ADJ 测点占比为 60.2%; 在 $\sigma \geq 9$ 区间, BAY 只有 4 个测点, ADJ 有 19 个测点, 所以, BAY 计算方法对点值精

度有优化效果。本文在空间分布上分析其优化能力如图 4 所示。

表 2 ADJ 和 BAY 计算的点值精度对比统计

Tab. 2 Comparison of the accuracy of the point values calculated by the ADJ method and the BAY method

点值精度区间/ ($10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)	ADJ		BAY	
	数量	占比 (%)	数量	占比 (%)
$\sigma < 5$	20	8.0	43	17.3
$5 \leq \sigma < 7$	130	52.2	171	68.7
$7 \leq \sigma < 9$	80	32.1	31	12.4
$9 \leq \sigma < 11$	17	6.8	4	1.6
$\sigma \geq 11$	2	0.8	0	0.0

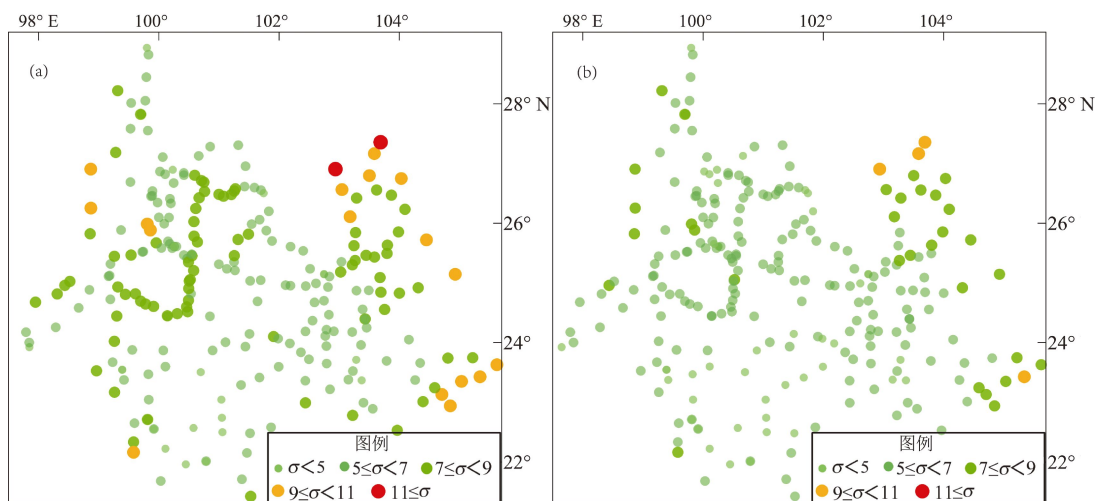


图 4 2020-03 期 ADJ (a) 及 BAY (b) 计算结果点值误差空间分布

Fig. 4 Spatial distribution of the point-value error calculated by the ADJ method (a) and the BAY method (b) in the 2020-03 surveying period

结合图 1 和图 4 可以看出, ADJ 计算结果点值误差主要分布在测网边缘和远离控制点的地方, 特别是支线上, 点值精度较差, 这是符合最小二乘平差中边缘效应原理的; BAY 计算结果点值误差的空间分布趋势与 ADJ 计算结果是一致的, 但是在边缘效应上有明显的优化结果, 特别是在支线的处理上, 能够明显降低点值误差。

2.4 实例分析

2021 年云南漾濞 $M_s 6.4$ 地震后, 刘东等 (2021) 和黄江培等 (2022) 采用相同的相对重力历史数据, 分别采用 ADJ 和 BAY 方法进行解算, 并分别对震前相对重力变化特征进行了分析, 本文对两份解算结果进行对比分析, 如图 5 所示。由

图 5 可以看出, 两种方法计算结果采用相同的绘图范围和历史数据, 并使用相同的色标。总体来看, 两种方法解算的重力变化趋势是一致的, 漾濞地震震中西南侧的局部区域异常不一致是两位学者对重力变化高频噪声的取舍不同所致。

从图 5b 可以看出, 在震中附近, NW-SE 方向上形成了一个弱四象限趋势, 沿红河断裂带是以负变化为主。震中附近, 红河断裂两侧, 有正变化趋势, 地震发生于零值线附近, 符合学者们的部分经验结论 (祝意青等, 2018; 胡敏章等, 2019), 所以认为本次地震前相对重力变化特征分析时, 基于 BAY 所得结果是能够有效捕捉震前异常的。

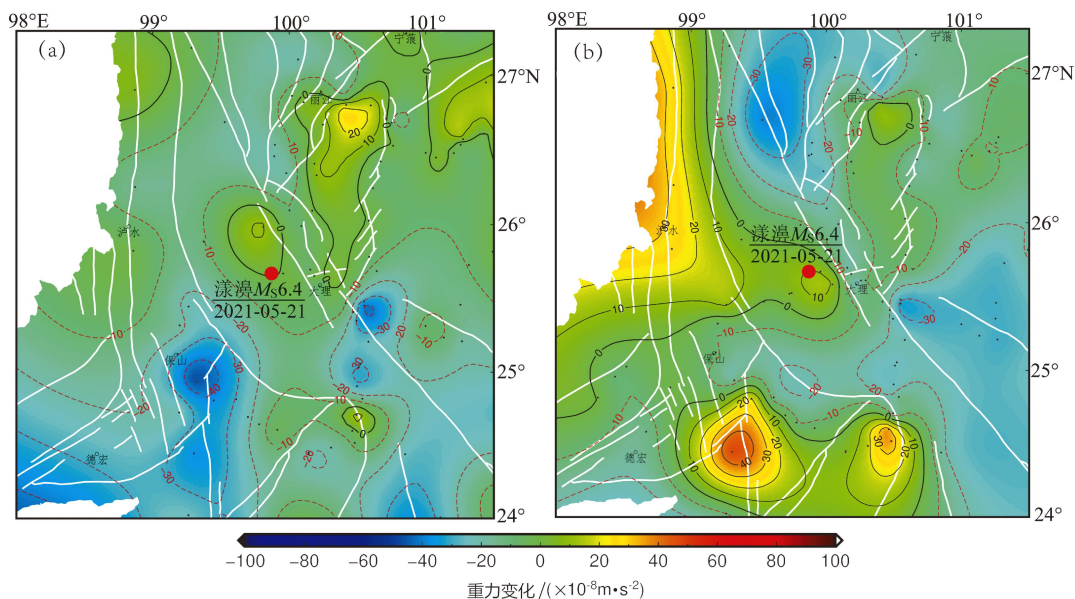


图 5 ADJ (a) 及 BAY (b) 计算的 2020 年 3 月至 2021 年 3 月相对重力变化趋势图

Fig. 5 The trend chart of the relative gravity variation from March 2020 to March 2021 calculated by the ADJ method (a) and the BAY method (b)

3 讨论

陆地高精度相对重力观测中,观测段差往返不符值中包含零点漂移及观测误差,如何恰当地区分两者一直是一个难题。在使用 Lacoste 仪器的年代,漂移率较小且变化也小,经典最小二乘平差方法由于计算方便,计算机语言也比较简洁,无疑是最优的平差方法。但是 CG-5 型相对重力仪投入使用后,其漂移率较大,且非线性漂移明显,个体差异也大。从表 1 可以看出,2015—2022 年 CG5-1169 和 CG5-1170 仪器的漂移率有明显的下降,上下半年也有明显的差距,但是随着时间的推移,下降速率有收敛的迹象,上下半年差距也在减小。所以,从长时间来看,漂移率是变化的,且漂移率变化也是非线性的,这种情况下,把漂移率当做一个定值处理是不恰当的。而 BAY 能够较好地反映漂移率的变化趋势(图 3、4),并且受到光滑矩阵的约束,加强了其稳健性,部分离散度较大的漂移率对其影响并不明显。

地震重力的研究是基于高精度重力观测,研究 $10 \times 10^{-8} \text{ m/s}$ 级的重力变化,对于云南测区这种数百千米以上的大尺度构造环境的监测,闭合时间长、仪器多、测网复杂的情况下,漂移率的变化对计算结果影响较大,更需要 BAY 这种能够

计算非线性漂移率,并且根据仪器性能自动分配仪器权重的算法。

4 结论

本文利用传统最小二乘平差方法和贝叶斯平差方法计算 1990—2022 年云南流动重力观测数据的漂移率,并以 2021 年云南漾濞 $M_s 6.4$ 地震为例进行分析,主要得出以下结论:

(1) 流动重力观测数据的测段时间间隔需要达到 40 min 以上,才能够计算有效漂移率。

(2) 对于漂移较小且非线性变化不明显的仪器观测结果,ADJ 及 BAY 计算结果是一样的。

(3) 对于漂移较大且非线性变化的仪器观测结果,ADJ 把漂移率当做一个定值进行平差,会把部分有效漂移率当做误差处理,造成计算结果点值误差增大;BAY 能够计算出每日漂移率的极大似然值,较好地拟合漂移率变化趋势,具有更好的数据自洽性,计算结果点值精度能够得到明显优化。

(4) 在测网边缘和远离控制点、支线等控制较弱的位置,BAY 处理结果的点值精度优于 ADJ。

综上所述,BAY 适用于云南测区这种空间跨度大、时间周期长的测网,由于 BAY 需要解算的参数较多,计算机解算过程较长,对于仪器数量

少、省网级的解算是值得推荐的,但是对于仪器数量多且型号不一的全国联测网的解算,由于对计算机配置要求较高,并且解算耗时较长,目前还没有学者进行过尝试,可在将来进一步研究。

参考文献:

- 陈石,王谦身. 2015. 蒙古及周边地区重力异常和地壳不均匀体分布[J]. 地球物理学报, 58(1): 79–91.
- 陈运泰,顾浩鼎,卢造勋,等. 1980. 1975年海城地震与1976年唐山地震前后的重力变化[J]. 地震学报, 2(1): 21–31.
- 郝洪涛,李辉,孙和平,等. 2016. CG-5重力仪零漂改正及格值系数检测应用研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 41(9): 1265–1271.
- 胡敏章,郝洪涛,李辉,等. 2019. 地震分析预报的重力变化异常指标分析[J]. 中国地震, 35(3): 417–430.
- 黄江培,曹颖,刘东,等. 2022. 漾濞 $M_s6.4$ 地震前后的重力变化特征及其孕震含义分析[J]. 地震地质, 44(6): 1557–1573.
- 黄江培,王青华,徐声鑫,等. 2020. CG-5重力仪一次项系数变化特性分析及其对观测数据的影响研究[J]. 地震研究, 43(1): 101–108.
- 李小孟,曾华霖. 1996. 高精度重力资料在胜利油田油气藏探测中的应用[J]. 现代地质, 10(2): 250–259.
- 刘东,郝洪涛,王青华,等. 2021. 2021年云南漾濞 $M_s6.4$ 地震前重力变化[J]. 地震地质, 43(5): 1157–1170.
- 刘洪良,王青华,张展伟,等. 2021. 河北唐山古冶5.1级地震前的重力变化[J]. 华南地震, 41(2): 71–75.
- 卢造勋,方昌流,石作亭,等. 1978. 重力变化与海城地震[J]. 地球物理学报, 21(1): 1–8.
- 余雅文,付广裕,韦进,等. 2015. 十三陵地震台gPhone重力仪的仪器性能与水文响应分析[J]. 大地测量与地球动力学, 35(5): 901–905.
- 孙少安,郝洪涛,韦进,等. 2015. 云南景谷 $M6.6$ 地震前重力场变化的区域性特征[J]. 大地测量与地球动力学, 35(4): 613–615.
- 汪健,孙少安,邢乐林,等. 2016. CG-5重力仪的漂移特征[J]. 大地测量与地球动力学, 36(6): 556–560.
- 汪健,王安怡,申重阳,等. 2015. 南北地震带南段莫霍面重力反演研究[J]. 大地测量与地球动力学, 35(6): 931–935.
- 王林海,陈石,庄建仓,等. 2020. 精密重力测量中相对重力仪格值系数的贝叶斯估计方法[J]. 测绘学报, 49(12): 1543–1553.
- 魏寿春,徐建桥,郝洪涛,等. 2017. 零漂改正对中国地壳运动观测网络重力数据处理的影响[J]. 大地测量与地球动力学, 37(4): 403–406.
- 魏寿春,徐建桥,周江存,等. 2016. 重力网的分段线性动态平差[J]. 测绘学报, 45(5): 511–520.
- 吴国华,罗增雄,赖群,等. 1995. 1988年澜沧—耿马地震与滇西实验场的重力变化[J]. 地壳形变与地震, (2): 66–73.
- 吴国华,罗增雄,赖群,等. 1997. 丽江7.0级地震前后滇西实验场的重力异常变化特征[J]. 地震研究, (1): 103–109.
- 邢乐林,李辉,夏正超,等. 2010. CG-5重力仪零漂特性研究[J]. 地震学报, 32(3): 369–373.
- 邢乐林,李辉. 2010. Burris重力仪性能研究[C]//中国地球物理2010——中国地球物理学会第二十六届年会、中国地震学会第十三次学术大会论文集,北京, 851.
- 杨锦玲,陈石,王林海,等. 2021. 华南陆地时变重力观测数据质量评估[J]. 测绘学报, 50(3): 333–342.
- 杨雅慧,刘洪良,郝洪涛,等. 2021. CG-5重力仪格值系数修正与应用研究[J]. 华南地震, 41(4): 63–68.
- 赵云峰,祝意青,梁伟锋,等. 2018. Burris型重力仪性能分析[J]. 地震地磁观测与研究, 39(2): 178–185.
- 祝意青,刘芳,李铁明,等. 2015. 川滇地区重力场动态变化及其强震危险含义[J]. 地球物理学报, 58(11): 4187–4196.
- 祝意青,刘芳,徐云马,等. 2018. 重力监测在地震预报中的应用与展望[J]. 国际地震动态, (8): 9–10.
- Chen S, Zhuang J C, Li X Y, *et al.* 2019. Bayesian approach for network adjustment for gravity survey campaign: Methodology and model test [J]. Journal of Geodesy, 93(5): 681–700.
- Nelder J, Mead R. 1965. A simplex method for function minimization[J]. The Computer Journal, 8(1): 308–313.
- Xing L L, Liu Z W, Jia J G, *et al.* 2021. Far-field coseismic gravity changes related to the 2015 $M_w7.8$ Nepal (Gorkha) earthquake observed by superconducting gravimeters in China continent [J]. Earth and Planetary Physics, 5(2): 141–148.
- Zheng Q, Yao X, Chen S, *et al.* 2022. Data quality assessment of time-variable surface microgravity surveys in the Southeastern Tibetan Plateau [J]. Appl Sci, 12: 3310.

The Estimation Method of the Zero Drift of the Relative Gravimeter in High-precision Time-varying Gravity Observation in Yunnan

HUANG Jiangpei¹, DU Jiayun², CAO Ying¹, ZHENG Qiuyue¹, LIU Dong¹, WU Yuqing¹, WANG Qinghua¹
(1. Yunnan Earthquake Agency, Kunming 650224, Yunnan, China; 2. Mile Earthquake Agency, Mile 652399, Yunnan, China)

Abstract

In the time-varying gravity observation network covering hundreds kilometers of land, the nonlinear drift rate of the relative gravimeter and the instrument performance deviation are the main error sources that affect the accuracy of the observational results. In this paper, the drift rates of the mobile-gravity observational data from 1990 to 2022 in Yunnan are calculated respectively with the Bayesian gravity adjustment method and the traditional least squares adjustment method. Then the non-linear drift rate results from these two methods are compared, and the effectiveness of the Bayesian estimation method in improving the accuracy of gravity adjustment results is systematically evaluated. The results show that the appropriate instrument weight and nonlinear drift rate can be given by the Bayesian optimization method, in order to reduce the error caused by the performance difference of multiple relative gravimeters, and reduce the effective-drift loss caused by the traditional linear drift calculation method. In this way the accuracy of the adjustment results is improved.

Keywords: drift rate; the Bayesian estimation; mobile-gravity observation; adjustment results; Yunnan