

# 卫星重力测量数据反演中国西部地壳水平运动速率<sup>\*</sup>

段虎荣<sup>1 2 3</sup>, 张永志<sup>3</sup>, 徐海军<sup>3</sup>, 姚顽强<sup>1</sup>

(1. 西安科技大学 测绘科学与技术学院, 陕西 西安 710054; 2. 陕西铁路工程职业技术学院, 陕西 渭南 714000;  
3. 长安大学 地质工程与测绘学院, 陕西 西安 710054)

摘要: 在固定的坐标系下, 讨论了直立长方体水平运动与其外部的重力场变化之间的关系, 建立了地壳水平运动与地球外部重力场变化的数学模型。根据此模型, 并参考直立长方体大小以及地形等因素, 用 2003 ~ 2008 年 GRACE ( Gravity Recovery And Climate Experiment) 卫星数据计算地球外部重力场变化, 基于 PSO 算法 ( Particle Swarm Optimization Algorithm) 反演中国西部地区地壳水平运动速率。反演结果表明: 中国西部地壳水平运动具有整体由南向北、且伴有向东运动的特征; 地壳水平运动表现为不均匀, 除昆明区域 ( 地壳由北向南运动) 外, 在南北方向上地壳水平运动速率具有从南向北逐渐递减的趋势。青藏高原南北方向运动速率为 10 ~ 35 mm/a, 东西方向运动速率 1 ~ 25 mm/a; 塔里木盆地南北方向运动速率 5 ~ 15 mm/a, 东西方向运动速率 4 ~ 7 mm/a。

关键词: 卫星重力测量; 地壳水平运动; 直立长方体; 西部地区; PSO 算法

中图分类号: P315.72 文献标识码: A 文章编号: 1000-0666(2011)03-0344-06

## 0 前言

卫星重力测量具有全球覆盖率高, 观测点的选择不受自然条件的限制, 观测结果不受地面位置变化的影响, 能给出大尺度的重力变化等优点, 深受广大学者的关注。20 世纪六七十年代, Kaula (1972) 利用卫星重力资料进行全球性地幔对流研究; Runcorn (1964, 1967) 建立了一套利用卫星重力位系数求解地幔对流应力场的理论, 并根据由五颗卫星重力资料确定的 8 阶球谐函数进行了全球  $10^{\circ} \times 10^{\circ}$  地幔流模式的计算。进入 21 世纪, Trung 等 (2004) 研究了卫星重力异常与南中国海主要地质构造的相关性; Han 和 Shum (2006), Chen 和 Wilson (2005) 用 GRACE 卫星研究 Sumatra-Andaman 地震的同震和震后变形及震后的地壳膨胀。Okubo 和 Sun (2004) 以美国阿拉斯加和日本北海道地震为例研究了用卫星重力探测同震变形的可能性。Velicogna 和 Wahr (2002) 采用 GRACE 卫星研究了地球的冰后回弹和地壳的粘性结构, Wahr 等 (1998) 研究了水文和海洋变化对地球重力场随时间变化的影响。国内学者也对卫星重力的测量原理、理论模型、计算方法等进行

了相应的研究, 费琪 (2009) 利用卫星重力资料研究了中国近年发生的主要地震与地幔物质流变挤入的对应关系; Haines (1993, 1998)、Heki (1996)、Holt (1995) 和杨国华 (2009) 等讨论了应力、地震数据与地壳运动方面的联系。笔者在设定模型时忽略地壳的垂直运动、密度等影响, 利用卫星重力这一新的资料来研究地壳水平运动。

## 1 基本理论

### 1.1 卫星重力数据计算重力变化

地球重力场的空间和时间变化以不同的方式影响卫星的轨道。以 GRACE 卫星为例, 当 GRACE 卫星围绕地球旋转时, 这种重力变化以 GRACE-A 和 GRACE-B 两卫星间距离变化的形式表现出来, 这些距离变化与其它的附加观测数据可用来分析和提取地球重力场时空变化模型参数。当坐标原点与地球质心重合时, 地球重力位可通过球谐系数表示为

$$V(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{r} \left\{ 1 + \sum_{l=2}^{l_{\max}} \sum_{m=0}^l \left( \frac{a}{r} \right)^l \bar{P}_{lm}(\sin \varphi) \left[ \bar{C}_{lm} \cos m\lambda + \bar{S}_{lm} \sin m\lambda \right] \right\}. \quad (1)$$

<sup>\*</sup> 收稿日期: 2010-10-21.

基金项目: 国家自然科学基金 (40674001), 中央高校基本科研业务费专项资金 (CHD2010ZY016) 和长安大学基础研究支持计划专项基金资助.

式中,  $GM$  为地球引力常数 (单位  $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$ );  $r$  是外部一点到地心的距离;  $\varphi$ 、 $\lambda$  分别是地心纬度和地心经度;  $a$  是地球平均赤道半径;  $l_{\max}$  是位系数能够恢复的最大阶数;  $\bar{P}_{lm}(\sin\varphi)$  为  $l$  阶  $m$  次的规格化勒让德函数;  $\bar{C}_{lm}$ 、 $\bar{S}_{lm}$  为规格化球谐系数。

地球对外部空间的引力  $g$  表示为

$$g(r, \varphi, \lambda) = -\frac{GM}{r^2} \left\{ 1 + (l+1) \sum_{l=2}^{l_{\max}} \sum_{m=0}^l \left(\frac{a}{r}\right)^l \bar{P}_{lm}(\sin\varphi) [\bar{C}_{lm}\cos m\lambda + \bar{S}_{lm}\sin m\lambda] \right\}. \quad (2)$$

将 GRACE 卫星获得的重力场与背景重力场求差, 得到重力场的变化值, 即

$$\Delta g = g - g_{\text{背景}}. \quad (3)$$

相应的重力变化值为

$$\Delta g = -\frac{GM}{r^2} \sum_{l=2}^{l_{\max}} (l+1) \left(\frac{R}{r}\right)^l \sum_{m=0}^l W_l \bar{P}_{lm}(\sin\varphi) [\Delta \bar{C}_{lm}\cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{lm}\sin m\lambda]. \quad (4)$$

其中,  $\Delta \bar{C}$ 、 $\Delta \bar{S}$  分别为重力场与背景重力场模型的球谐系数之差;  $W_l$  为高斯平均函数。理论上地球重力场模型只有在其包含从 0 到无穷的所有阶次的球谐系数时, 才能反映全波段的重力场信息。而实际上只能得到某一最大阶数, GRACE 卫星恢复的重力场只能恢复某一固定阶次, 因此只能对部分频谱进行分析, 而且 GRACE 恢复的重力场模型的阶数越大, 其误差也越大, 加入算子后, (4) 式高阶系数的权重减小, 高阶系数误差的影响减弱, 截断的误差影响减小, 计算结果更可靠 (段虎荣等, 2009)。

## 1.2 直立长方体水平运动产生的重力变化

在实际研究地质体所在的空间时, 一般将区域分成若干大小形状相同的规则直立长方体, 直立长方体各边分别平行于三个坐标轴, 可以认为每个直立长方体由许多个点源组成, 在单一的长方体中密度是均匀的, 用积分的方法可以得到直立长方体产生的重力。

现介绍直立长方体任意一点重力的计算。取 1 个直立长方体并置于图 1 所建立坐标系中, 假设  $Q(\varepsilon, \eta, \tau)$  为直立长方体内任一点坐标, 其直立长方体的空间取值范围为:  $\varepsilon \in [a_1, a_2]$ ,  $\eta \in [b_1, b_2]$ ,  $\tau \in [h_1, h_2]$ ;  $\rho$  为直立长方体的密度, 根据引力位公式可以计算出直立长方体外任一点坐标  $P(x, y, z)$  的引力位

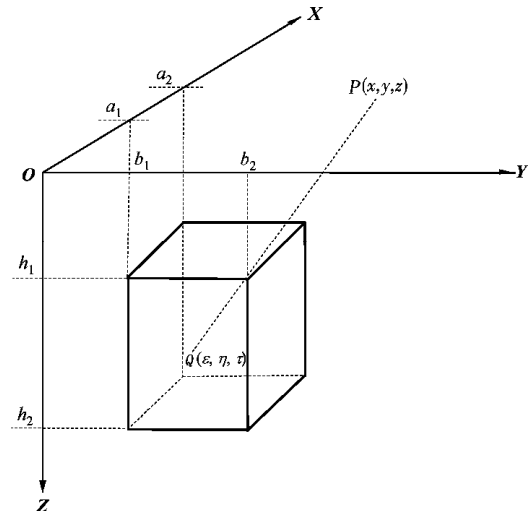


图1 直立长方体外任意一点的重力

Fig. 1 Gravity of any point outside the erect cube

$\tau \in [h_1, h_2]$ ;  $\rho$  为直立长方体的密度, 根据引力位公式可以计算出直立长方体外任一点坐标  $P(x, y, z)$  的引力位

$$V = \frac{Gm}{r} = G\rho \int_{a_1}^{a_2} \int_{b_1}^{b_2} \int_{h_1}^{h_2} \frac{1}{\sqrt{(\varepsilon-x)^2 + (\eta-y)^2 + (\tau-z)^2}} d\varepsilon d\eta d\tau. \quad (5)$$

其中  $r = \sqrt{(\varepsilon-x)^2 + (\eta-y)^2 + (\tau-z)^2}$ ;  $G$  为万有引力常数;  $m$  为直立长方体的质量。

通过对上式求导  $g(x, y, z) = \frac{\partial V}{\partial Z}$  进行积分后的点  $P(x, y, z)$  的重力为

$$g(x, y, z) = -G\rho \left[ (\varepsilon-x) \cdot \ln [(\eta-y) + r] + (\eta-y) \cdot \ln [(\varepsilon-x) + r] + (\tau-z) \arctan \left[ \frac{(\tau-z) \cdot r}{(\eta-y)(\varepsilon-x)} \right] \right] \Big|_{a_1}^{a_2} \Big|_{b_1}^{b_2} \Big|_{h_1}^{h_2}. \quad (6)$$

由 (6) 式假定  $\rho$  为常数, 那么点  $P(x, y, z)$  的重力就是直立长方体大小的函数, 可以表示为

$$g(x, y, z) = f(a_1, a_2, b_1, b_2, h_1, h_2). \quad (7)$$

当直立长方体发生运动 ( $dx, dy, dz$ ) 时, 那么重力变化可表示为

$$\Delta g(x, y, z) = f(a_1 + dx, a_2 + dx, b_1 + dy, b_2 + dy, h_1 + dz, h_2 + dz) - f(a_1, a_2, b_1, b_2, h_1, h_2). \quad (8)$$

当研究区域被划分成  $n$  个直立长方体, 因为重力的可加性, 由所有直立长方体运动在  $p(x, y, z)$  点产生的重力变化为

$$\Delta \vec{g}(x, y, z) = \sum_{k=1}^n \Delta \vec{g}_k = F(dx, dy, dz). \quad (9)$$

### 1.3 地壳水平运动与地球外部重力场变化的数学模型

#### 1.3.1 直立长方体的边长、深度的选择

从公式 (7) 可以看出重力的大小与直立长方体的大小有关。为了更清楚地认识这一点, 我们在图 1 所示的坐标系下, 于直立长方体在水平表面投影的中心位置取一计算点。图 2 中,  $Y$  轴表示直立长方体在水平表面 ( $Z=0$ ) 内的投影边长  $Y$  轴表示重力值。三条线分别代表 ( $h_1=0$  km,  $h_2$  分别为 10、30、80 km) 不同深度的直立长方体产生的重力与其在水平表面上的投影边长的关系。可以得出, 在边长相等的条件下, 深度大的直立长方体产生的重力值也大。三种深度的直立长方体的重力值都随着边长增大而增加, 但是在同一深度的直立长方体, 当边长增加到某一特定值时, 重力值趋于定值。

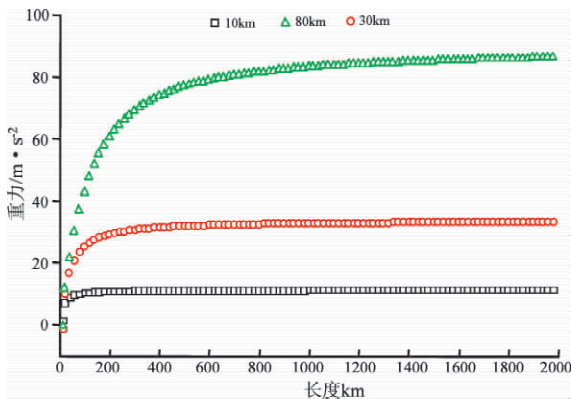


图 2 不同边长、深度的直立长方体产生的重力

Fig. 2 Gravity of the erect cube with different sides length and depth

#### 1.3.2 假设的地壳模型

在图 3 中上下两层的分界面即为地壳和地幔的分界面,  $H$  代表直立长方体地形高度,  $T$  为海平面以下的地壳厚度。  $Z_1$ 、 $Z_2$  是直立长方体在如图 1 所示坐标系中的  $Z$  轴坐标, 取地形最高处为计算面 ( $Z=0$ ),  $r_0 = H_{\max} - H$  为直立长方体计算面到地表的距离, 这样每个直立长方体在  $Z$  轴上的坐标为:  $Z_1 = r_0$ ,  $Z_2 = Z_1 + T$ 。

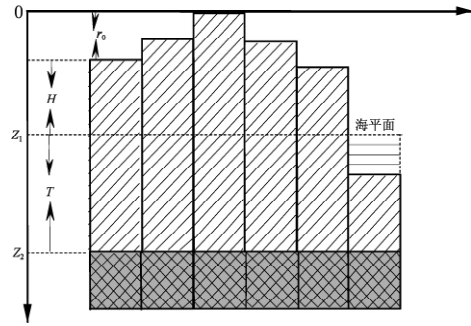


图 3 假设的地壳模型

Fig. 3 Hypothetical crust model

#### 1.3.3 地壳水平运动计算重力变化

在计算地壳运动引起的重力场变化时, 为了简化模型, 地壳的垂直运动、不同地壳的密度、地壳的均衡、地球的自转等因素都不考虑。当选择合适的直立长方体时, 根据公式 (4)、(9) 可以建立卫星重力与地壳水平运动的关系

$$F(dx, dy, dz) = -\frac{GM}{r^2} \sum_{l=2}^{l_{\max}} (l+1) \left(\frac{R}{r}\right)^l \sum_{m=0}^l W_l \bar{P}_{lm} [\cos\theta] (\Delta \bar{C}_{lm} \cos(m\lambda) + \Delta \bar{S}_{lm} \sin(m\lambda)). \quad (10)$$

## 2 中国西部地区地壳运动速率的反演

### 2.1 反演的数值模拟实验

美国普渡大学的 Kennedy 和 Eberhart (1995) 提出了 PSO 算法, 该算法具有很强的全局优化能力。为了证明计算地壳水平运动引起重力变化的正确性以及 PSO 算法的有效性, 笔者在图 4 中将模拟的研究区域划分成  $5 \times 5$  个直立长方体 ( $100 \text{ km} \times 100 \text{ km}$ ), 假设其密度均匀, 每个直立长方体  $Z_1 = 0.001 \text{ m}$ 、 $Z_2 = 30\,000 \text{ m}$ , 对每个直立长方体赋予水平运动速率, 如图 4 中黑色箭头所示, 箭头方向为直立长方体的水平运动方向, 大小为运动速率。则由于水平运动引起的重力场变化 (计算点为每个直立长方体在  $Z=0$  的平面上的投影正方形的中心坐标  $(x, y, 0)$ )。由图 4 可以看出重力变化的数值大小与水平运动速率相关, 在物质水平运动方向上, 物质流入使得空间位置质量增大, 导致观测点重力增加, 相反, 物质流出使得空间位置质量减少, 导致重力减小。整体来看重力变化的梯度与水平运动方向相一致。

将重力变化、直立长方体的大小、位置、密

度等作为已知量, 根据公式 (8) 采用 PSO 算法反演直立长方体的水平运动量参数, 在算法中取粒子个数为 100, 粒子维数为 100, 最大速度  $V_{\max} = 0.2$ 。图 4 中黑色箭头为水平运动速率的理论值, 蓝色为反演结果, 总体结果与理论吻合, 个别点的大小略有偏离, 这与目标适应度等因素有关。

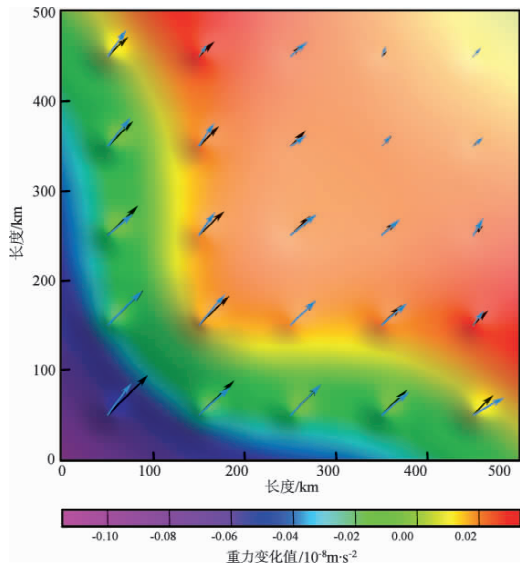


图 4 直立长方体的运动速率及其产生的重力变化  
Fig. 4 Horizontal movement velocity of erect cube and it cause gravity changes

2.2 中国西部地区地壳运动速率的反演

笔者将中国西部地区 ( $21^{\circ} \sim 45^{\circ}\text{N}$ ,  $75^{\circ} \sim 105^{\circ}\text{E}$ ) 划分成 7 行 10 列 (共 70 个直立长方体), 计算了 2008 年 12 个月的重力场模型平均值相对于 2003 年平均值的变化的, 模型的最大阶为 120, 高斯平滑半径为 390 km。设目标函数为

$$\min \Phi(P) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\Delta g_i^a - \Delta g_i^b}{\Delta g_i^a} \right)^2.$$

(11)

式中,  $\Delta g^a$  为卫星重力模型计算的重力变化值;  $\Delta g^b$  为地壳水平运动引起的重力变化;  $N$  为划分的直立长方体个数。然后根据目标函数评价适应度函数

$$Q_i = \frac{1.0}{\Phi(P)_i + 1.0}.$$

(12)

本文采用 PSO 算法反演地壳水平运动速率时, 取粒子的维数为 140, 取粒子的最大速度取  $V_{\max} = 0.2$ , 加速度因子取  $c_1 = c_2 = 0.5$ 。当适应度为 0.95 时结束程序运算, 反演结果见图 5。

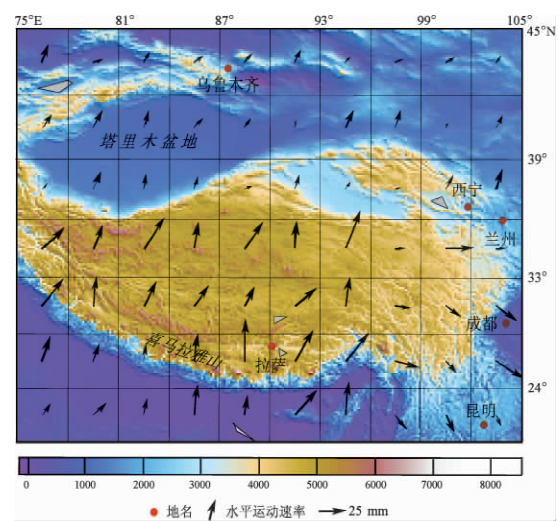


图 5 中国西部地壳水平运动速度场的反演结果  
Fig. 5 Inversion of crustal horizontal movement velocity field in West China

表 1 卫星重力反演的地壳速率场与 GPS 观测结果对比

Tab. 1 Comparison of crustal horizontal movement velocity by satellite gravity and GPS observation

直立 方体 编号	本文反演的地壳速率				GPS 观测结果				速率误差	
	$\varphi_N$ / (°)	$\lambda_E$ / (°)	南北速率 /mm · a <sup>-1</sup>	东西速率 /mm · a <sup>-1</sup>	$\varphi_N$ / (°)	$\lambda_E$ / (°)	南北速率 /mm · a <sup>-1</sup>	东西速率 /mm · a <sup>-1</sup>	南北速率 /mm · a <sup>-1</sup>	东西速率 /mm · a <sup>-1</sup>
1	34.5	76.5	19.65	18.90	36.85	75.44	20.26	-2.14	-0.61	21.04
2	40.5	79.5	15.58	8.38	40.5	79.03	12.62	2.85	2.96	5.53
3	31.5	88.5	17.80	9.04	31.89	87.76	20.22	17.08	-2.42	-8.04
4	40.5	97.5	17.36	4.62	40.28	97.01	3.96	1.96	13.40	2.66
5	25.5	100.5	-3.85	8.12	25.48	100.54	-4.17	1.70	0.32	6.42
6	34.5	103.5	0.00	8.58	35.14	105.37	-0.19	11.17	0.19	-2.59
7	34.5	88.5	23.89	16.87	31.89	87.76	18.74	13.35	5.15	3.52
8	37.5	82.5	13.50	2.41	37.04	82.69	11.87	2.26	1.63	0.15
9	31.5	100.5	-10.91	13.30	31.29	100.74	-8.88	17.10	-2.03	-3.80
10	28.5	85.5	25.27	2.95	28.39	86.96	22.56	8.30	2.71	-5.35

从图 5 可看出: 中国西部地壳运动速率的反演结果与 GPS 观测结果大体相符, 整体具有运动速率不均匀的特点。地壳运动由南向北逐渐递减, 且存在向东运动的趋势, 在昆明区域, 地壳由北向南运动, 青藏高原南北方向运动速率为 10 ~ 35 mm/a, 东西方向运动速率 1 ~ 25 mm/a; 塔里木盆地南北方向运动速率为 5 ~ 15 mm/a, 东西方向运动速率为 4 ~ 7 mm/a。为了进一步验证由卫星重力计算的地壳运动速率, 我们对部分地区的地壳运动速率与 GPS 观测结果 (王琪等, 2002) 进行对比 (表 1), 除了 1 号直立方体与 GPS 观测结果差值较大外, 其余的直立方体的结果与 GPS 观测结果的趋势一致, 只是计算结果总体偏大。

### 3 讨论

地壳的运动是相对于一定的空间参考基准和时间上的某一构形而言, 本文中的卫星重力观测点以及建立的地壳水平运动引起重力场的变化的观测点都是相对独立于地壳运动的固定点。从理论上讲, 通过卫星重力变化能够探测到地壳的水平运动引起的重力变化, 笔者根据地壳水平运动与地球外部重力变化的关系, 采用 PSO 算法对中国西部区域地壳水平运动进行了初步探索。从计算结果来看, 通过卫星重力变化能够反演中国西部区域地壳的水平运动速率。反演结果表明中国西部地壳运动具有整体由南向北、且伴有向东运动的特征。地壳运动速率表现为不均匀, 除昆明区域 (地壳由北向南运动) 外, 整体的地壳运动速率有从南向北逐渐递减的趋势。反演结果差异的原因主要有: 引起重力变化如地壳的垂直运动、密度变化等因素没有考虑, 另外还与假设模型的合理性, 计算面以及地壳水平运动数据的点位的选择, 直立长方体大小的划分, 其他参数的选择等因素有关。

感谢 GFZ 提供的卫星重力数据。审稿人的热情耐心的帮助, 并且严格认真地指出需要修改的问题, 张永志老师的宝贵意见和大力支持, 特此谨致诚恳的谢意。

### 参考文献:

- 段虎荣, 张永志, 刘锋, 等. 2009. 利用 GRACE 卫星数据研究汶川地震前后重力场的变化[J]. 地震研究, 32(3): 295 ~ 298.
- 费琪. 2009. 壳幔物质流变的底辟作用孕育大地震——卫星重力资料的证据[J]. 地学前缘, 16(3): 282 ~ 293.
- 王琪, 张培震, 马宗晋. 2002. 中国大陆现今构造变形 GPS 观测数据与速度场[J]. 地学前缘, 9(2): 415 ~ 429.
- 杨国华, 韩月萍, 杨博. 2009. 川滇地区地壳水平运动与变形场的演化特征及其机制讨论[J]. 地震研究, 32(3): 275 ~ 281.
- Chen J L, Wilson C R. 2005. Spatial sensitivity of GRACE time-variable gravity observations [J]. J Geophys Res, 110, B08408, doi: 10.1029/2004JB003536.
- Haines A J, Holt W E. 1993. A procedure to obtain the complete horizontal motion within zones of distributed deformation from the inversion of strain rate data[J]. J Geophys Res, 98[B]: 12057 ~ 12082.
- Haines A J, Jackson J A, Holt W E *et al.* 1998. Representing distributed deformation by continuous velocity fields[R]. Wellington New Zealand: Institute of Geology and Nuclear Sciences.
- Heki. 1996. Horizontal and vertical crustal movements from three-dimensional very long baseline interferometry kinematic reference frame: Implication for the reversal timescale revision[J]. J Geophys Res, 101[B2]: 3187 ~ 3198.
- Holt W E, Li M, Haines A J. 1995. Earthquake strain rates and instantaneous relative motions within central and eastern Asia[J]. Geophys J Int, 122(2): 569 ~ 593.
- Kaula W M. 1972. Global gravity and mantle convection[J]. Tectonophysics, 13: 341 ~ 359.
- Kennedy J, Eberhart R. 1995. Particle swarm optimization [J]. In Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks 4: 1942 ~ 1948.
- Trung N N, Sang M L, Bui C Q. 2004. Satellite gravity anomalies and their correlation with the major tectonic features in the south China sea [J]. Gondwana Research, 7(2): 407 ~ 424.
- Runcorn S K. 1964. Satellite gravity measurements and laminar viscous flow model of the earth's mantle[J]. J Geophys Res, 69(20): 4389 ~ 4394.
- Runcorn S K. 1967. Flow in the mantle Inferred from the low degree harmonics of the geopotential [J]. Geophys J R Astr Soc, 14: 375 ~ 384.
- Han S C, Shum C K. 2006. Crustal dilation observed by GRACE after the 2004 Suva - Andaman earthquake[J]. Science, 313: 658 ~ 662.
- Okubo S, Sun W. 2004. Co-seismic deformations detectable by satellite gravity missions - a case study of Alaska (1964-2002) and Hokkaido (2003) earthquakes in the spectral domain[J]. Geophys Res, 109(B4): B04405, doi: 10.1029/2003JB002554.
- Velicogna I, Wahr J. 2002. Postglacial rebound and earth's viscosity structure from GRACE[J]. Geophys Res, 107: 2376.
- Wahr J, Molenaar M, Bryan F. 1998. The time variability of the earth's gravity field: hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE[J]. Geophys Res, 103(30): 30205 ~ 30229.

## Crustal Horizontal Movement Velocity in West China Inversed by Satellite Gravity Data

DUAN Hu-rong<sup>1,2</sup>, ZHANG Yong-zhi<sup>2</sup>, XU Hai-jun<sup>2</sup>, YAO Wan-qiang<sup>1</sup>

(1. College of Geomatics, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, Shaanxi, China)

(2. Shaanxi Railway Institute, Weinan 714000, Shaanxi, China)

(3. College of Geology Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054, Shaanxi, China)

### Abstract

The relationship between the horizontal movements of the erect cube and its exterior gravitational field changes in the fixed coordinates are discussed. The mathematical model between the horizontal movements of the crust and the changes of the Earth exterior gravitational field is established. According to this model, using Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) satellite's data from 2003 to 2008, we calculate the gravitational field changes, and inverse the velocity of the horizontal crustal movement in West China through the Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm. The results show that there exists an overall and horizontal movement of the crust in West China from South to North with the trend of eastward movement. The velocity declines gradually from South to North, except Kunming region (whose crust moves from North to South). In the North-South direction and East-West direction, the velocities of horizontal crustal movement of the Qinghai-Tibet plateau are 10–35 mm/a and 1–25 mm/a respectively. In the North-South direction and East-West direction, the velocities of Tarim Basin are 5–15 mm/a and 4–7 mm/a respectively.

**Key words:** satellite gravimetry; horizontal crustal movement; erect cube; West China; PSO algorithm