

最优小波包变换在地震信号去噪中的应用*

张瑞红^{1,2}, 林大超², 乔 兰¹

(1. 北京科技大学 土木与环境工程学院, 北京 100083; 2. 华北科技学院 土木工程系, 北京 101601)

摘要: 应用最优小波包变换, 采用取决于节点噪声时频特征的相关阈值, 对模拟地震波到达的加噪合成信号、SDAES 数字声发射仪采集的微震实验信号、NIED 观测台站记录的日本 2007 年能登半岛地震信号进行去噪, 并和基于小波变换的其他方法进行了去噪效果比较。结果表明, 该方法获得的信号信噪比 (SNR) 高、失真低, 体现了总体优越性。

关键词: 地震信号; 小波包变换; 最优基; 去噪; 相关阈值

中图分类号: P315.3 文献标识码: A 文章编号: 1000-0666(2011)03-0358-07

0 引言

地震记录信号信噪比往往比较低, 使得地震波到时读取、极性分析、振幅判定较为困难。为了获得有用信息, 就必须对记录信号进行消噪。地震信号是非平稳信号, 使用时不变滤波方法 (如传统傅立叶变换), 在信号和噪声频带重叠时滤波效果不够理想 (Scherbaum, 1996; Douglas, 1997)。

小波变换克服了窗口傅立叶变换 (Allen, Rabiner, 1977) 在信号分析上不能同时兼顾时间分辨率和频率分辨率的缺点, 通过母小波函数的展缩和平移, 时间窗和频域窗都能改变, 可以进行多分辨率分析, 因而国内外许多研究者将小波分析用于信号的提取及消噪处理。

基于小波变换信号去噪的方法源于小波阈值去噪理论 (Donoho, Johnstone, 1994)。根据噪声通常表现为高频信号的特性, 对小波分解的高频系数进行门限阈值处理, 然后对处理后的系数进行小波重构获得恢复信号, 该方法受到广泛重视和研究 (雷栋等, 2006; 张平等, 2007)。

假设小波分析信号频谱处于低频带, 只对信号的低频分量按小波分解树结构进行时频再分解, 所以信号在高频段分辨率较差。小波包变换是小波变换的推广, 对低频部分和低频部分都进行二

次分解, 采用最优基能够根据被分析信号的特征自适应地选择与信号频谱相匹配的频带。因此小波包分解可以将高频噪声和高频信号区分开来, 从而获得更理想的去噪效果 (Galiana - Merino *et al*, 2003, 2007)。

笔者应用最优小波包变换, 采用节点噪声时频特征相关阈值, 通过 Matlab 仿真实现了人工合成信号、实验信号和实际地震信号的去噪, 并和基于小波变换的其它方法进行去噪效果对比。

1 理论背景

1.1 小波包

小波包变换 (彭玉华, 1999; 刘明才, 2005) 推广了小波分析, 通过一组低、高通正交滤波器 H 和 G , 对给定信号进行高频和低频分量多层次分解, 使信号的时频特征分解的更加精细, 适合于描述和刻画非平稳信号。

令正交小波基的滤波器系数分别为 $\{h_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$ 和 $\{g_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$, 并将尺度函数 $\phi(t)$ 改记为 $u_0(t)$, 小波函数 $\varphi(t)$ 改记为 $u_1(t)$, 由关于 $\phi(t)$ 和 $\varphi(t)$ 的两尺度方程 (1) 式, 引进小波包的概念 (2) 式

$$\begin{cases} u_0(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_k u_0(2t - k) \\ u_1(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} g_k u_1(2t - k) \end{cases} \quad (1)$$

* 收稿日期: 2010-09-01.

基金项目: 国家科技支撑计划课题 (2007BAS18B01) .

$$\begin{cases} u_{2n}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in Z} h_k u_n(2t - k) \\ u_{2n+1}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in Z} g_k u_n(2t - k) \end{cases} \quad (2)$$

式(2)所定义的函数集合 $\{u_n(t); n \in Z^+\}$ 为由 $u_0 = \phi$ 所确定的小波包(正交小波包)。

定义闭包空间 $U_j^n = \overline{\text{span}\{2^{j/2} u_n(2^j t - k)\}_{k \in Z}}$, $n \in Z^+$, $j \in Z$ 。设 $g_j^n(t) \in U_j^n$, $g_j^n(t)$ 可表示为

$$g_j^n(t) = 2^{j/2} \sum_{k \in Z} d_{jk}^n u_n(2^j t - k). \quad (3)$$

则小波包分解的分解算法为

$$\begin{cases} d_{jl}^{2n} = \sum_{k \in Z} \bar{h}_{k-2l} d_{j+1,k}^n \\ d_{jl}^{2n+1} = \sum_{k \in Z} \bar{g}_{k-2l} d_{j+1,k}^n \end{cases} \quad (4)$$

重构算法为

$$d_{j+1,l}^n = \sum_{k \in Z} (h_{l-2k} d_{jk}^{2n} + g_{l-2k} d_{jk}^{2n+1}). \quad (5)$$

1.2 小波包基的确定

对应 $L^2(R)$ 空间的子空间的每一种划分形式就能得到一种小波包基, 在众的小波包基中, 笔者采用最优基, 可在所需研究的尺度上提供较好的时频分辨率。

给定一个序列的代价函数, 在小波库 $\{2^{j/2} u_n(2^j t - k); n \in Z^+, k, j \in Z\}$ 的所有小波包基中寻找代价函数最小的基即为最优基。

代价函数可定义为任何关于序列的实函数 M , 而实函数 M 的选取, 最好是那些能够测得系数集中度的可加性代价函数。当序列中的系数大致在相同尺度时, M 会大, 反之, M 会小。对实数序列附加信息成本函数 M 采用香农熵, 则有

$$M[d_{jl}(i)] = - \sum_i d_{jl}(i)^2 \log[d_{jl}(i)^2], \quad (6)$$

且 $0 \lg 0 = 0$ 。

对小波包分解的每个节点计算成本函数, 通过比较某一节点与其子节点的值, 获取熵值最低的基。由最小熵确定的最优基, 对给定母小波和成本函数提供了最佳选择。

1.3 小波包去噪

基于小波的降噪算法大多遵循以下步骤: 对信号变换, 修改小波系数以减少或消除难以确定的系数, 重构系数序列获得所需信号。假设含噪有限长信号可表示为

$$x(i) = s(i) + z(i) \quad i=0, 1, \dots, N. \quad (7)$$

其中, $x(i)$ 是记录信号; $s(i)$ 是感兴趣的信号; $z(i)$ 是噪声。去噪的最终目标是从 $x(i)$ 中找到 $s(i)$ 的一个估计信号 $\hat{s}(i)$, 并尽可能与之类似。具体计算方法如下:

(1) 小波包变换: 计算小波包变换 $X = Wx$, 得到与基函数相关的小波包系数序列 d_{jl} , 该系数序列也被噪声污染, 可表示为

$$d_{jl}|_x = d_{jl}|_s + d_{jl}|_z. \quad (8)$$

式中, $d_{jl}|_x$ 表示记录信号的系数集合; $d_{jl}|_s$ 表示感兴趣信号的系数集合; $d_{jl}|_z$ 表示噪声相关的系数集合。

(2) 小波包系数阈值处理: 感兴趣信号的能量集中在小波域的少量系数上, 其取值必然大于能量分散的噪声的小波包系数值。假设每个小波包系数都受到污染, 对它们进行阈值处理, 处理的主要方法有硬阈值和软阈值 (Donoho, 1995):

$$\text{硬阈值: } \hat{S} = T_h(X, t) = \begin{cases} X & |X| > t \\ 0 & |X| < t \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{软阈值: } \hat{S} &= T_h(X, t) \\ &= \begin{cases} \text{sgn}(X) (|X| - t) & |X| > t \\ 0 & |X| < t \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

阈值处理以最小化估计系数与期望系数之间的均方差最小化为目的。从 L_2 范数误差最小的观点出发, 硬阈值处理方法的估算系数 $d_{jl}|_s$ 优于软阈值方法, 但其重构信号的光滑性不如软阈值方法。

(3) 小波包逆变换: 计算小波包逆变换 $\hat{s} = W^{-1} \hat{S}$ 得到恢复信号 \hat{s} 。

2 最优基节点阈值去噪

Donoho (1995) 去噪的目标是最小化估算信号 $\hat{s}(i)$ 和关注信号 $s(i)$ 之间的均方差。由于实际

信号 $s(i)$ 未知, 噪声 $z(i)$ 也不一定是通常假设的白噪声。因此, 如何确定阈值及其量化, 直接关系到信号消噪的质量。本文采用最优基节点噪声频谱相关阈值去噪。步骤如下:

- (1) 在信号 $x(i)$ 的前几秒内提取噪声样本 $z'(i)$;
- (2) 输入母小波及最高分解层数, 对 $x(i)$ 和 $z'(i)$ 进行小波包分解, 获得小波包树结构;
- (3) 应用信息成本函数, 获得 $x(i)$ 的最优基, 对噪声 $z'(i)$ 选择相同的节点集合。小波包分解输出两套系数: $d_{jl}|_x$ 系数和噪声系数 $d_{jl}|_z$;
- (4) 相关阈值的确定:

最优基节点噪声方差相关阈值采用通用的阈值公式 (10), 如下

$$T_h|_{jl} = \sigma_{jl} \sqrt{2 \log N_{jl}}. \quad (11)$$

这里, σ_{jl} 是噪声的标准方差, N_{jl} 是序列 $d_{jl}|_z(i)|_z$ 的长。对小波包变换系数 $d_{jl}|_x$ 阈值处理, 得到关注信号 $s(i)$ 的系数 $d_{jl}|_s = d_{jl}|_x - d_{jl}|_z$, 该系数中去除了低幅度的噪声等不期望的信号, 保持或缩小关注信号大幅值系数。

最后, 对阈值处理后的最优基系数进行重构获得去噪信号。

3 Matlab 仿真结果

笔者采用三种方法分别对合成信号、实验信号和实际地震信号进行去噪: (1) 采用多尺度小波变换默认阈值去噪 (胡昌华等, 1999); (2) 采用小波变换层相关阈值去噪; (3) 采用本文方法, 即基于最优小波包基变换节点相关阈值去噪。后两种方法的阈值取决于相应层 (或相应节点) 的噪声方差和噪声序列长度, 可由式 (11) 确定。

分解应用多种母小波, 多个分解层和多种阈值方法实现。为便于比较, 以下小波变换均采用小波函数 Daubechies 8, 最大分解层数为 3, 软阈值处理。

3.1 合成信号

用合成信号模拟震源 P 波和 S 波的相继到达情况, 假设独立点震源的地震波强度随时间满足指数衰减规律 (Aki, Richards, 1980; Slawmomir, et al, 1994)

$$m(t, \omega, Q, t_0) = A_0 \exp[-\pi\omega(t - t_0)/Q]. \quad (12)$$

这里, Q 为常数, 取 30; ω 为频率; t_0 为波的初始到达时间。依据这个关系, 可以构造一个包含多个频率的合成信号

$$f(t) = \begin{cases} 0 & (0 \leq t < t_{01}) \\ \sum_1^3 m_i \sin \omega_i (t - t_{0i}) & (t_{01} \leq t < t_{02}) \\ \sum_1^6 m_i \sin \omega_i (t - t_{0i}) & (t_{02} \leq t < 10) \end{cases} \quad (13)$$

其中, $m_i = m(t, A_{0i}, \omega_i, t_{0i})$, 信号中的基本参数按表 (1) 给出, 采样频率 100 Hz, 信号终止时刻为 10 s。合成的原始信号及其被信噪比为 10 dB 的高斯白噪声污染后的信号如图 1 所示。

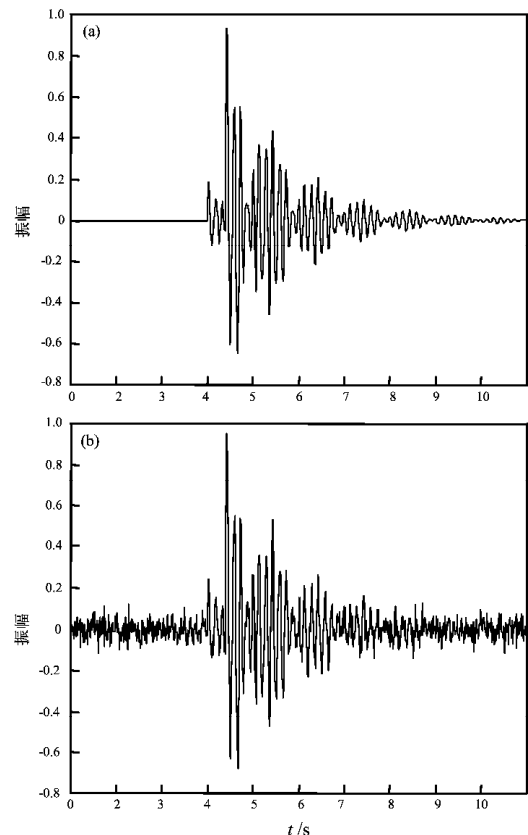


图 1 原始合成信号及其加噪后信号

(a) 具有指数衰减规律的原始合成信号; (b) 加入高斯白噪声后的信号 (信噪比为 10 dB)

Fig. 1 Original synthetic signal and its contaminated signal

(a) Original synthetic signal with exponential decay;

(b) Signal contaminated by Gaussian white noise (SNR is 10 dB)

表 1 模拟地震波到达的合成信号取值参数表
Tab. 1 Parameter values of the synthetic signal
simulating seismic wave

指标	1	2	3	4	5	6
A_0	0.06	0.1	0.04	0.3	0.5	0.2
t_0	3	3	3	3.4	3.4	3.4
ω	6	7	10	6	7	10

利用信号前 2 s (200 个样本) 的数据来描述噪声。Matlab 仿真消噪结果显示: 采用小波变换默认阈值去噪, 去噪后信号信噪比有所改善, 信号前有人为引入的波动信号, 第一到达脉冲失真较

小 (图 2a); 利用小波变换分层计算的阈值去噪, 信号信噪比很高, 第一脉冲到达前产生的人为信号不明显, 第一脉冲的最大峰值时间没有延迟或提前, 但第一脉冲的到时有明显失真 (小波包变换采用默认阈值及节点相关阈值, 消噪结果也不理想) (图 2b)。
笔者利用最优小波包基变换, 采用节点相关阈值去噪, 去噪信号与加噪前的原始信号非常相似, 不但信噪比非常高, 第一脉冲到达前也没有产生人为引入的信号, 而且第一对脉的到时几乎没有失真, 去噪效果最好 (图 2c)。

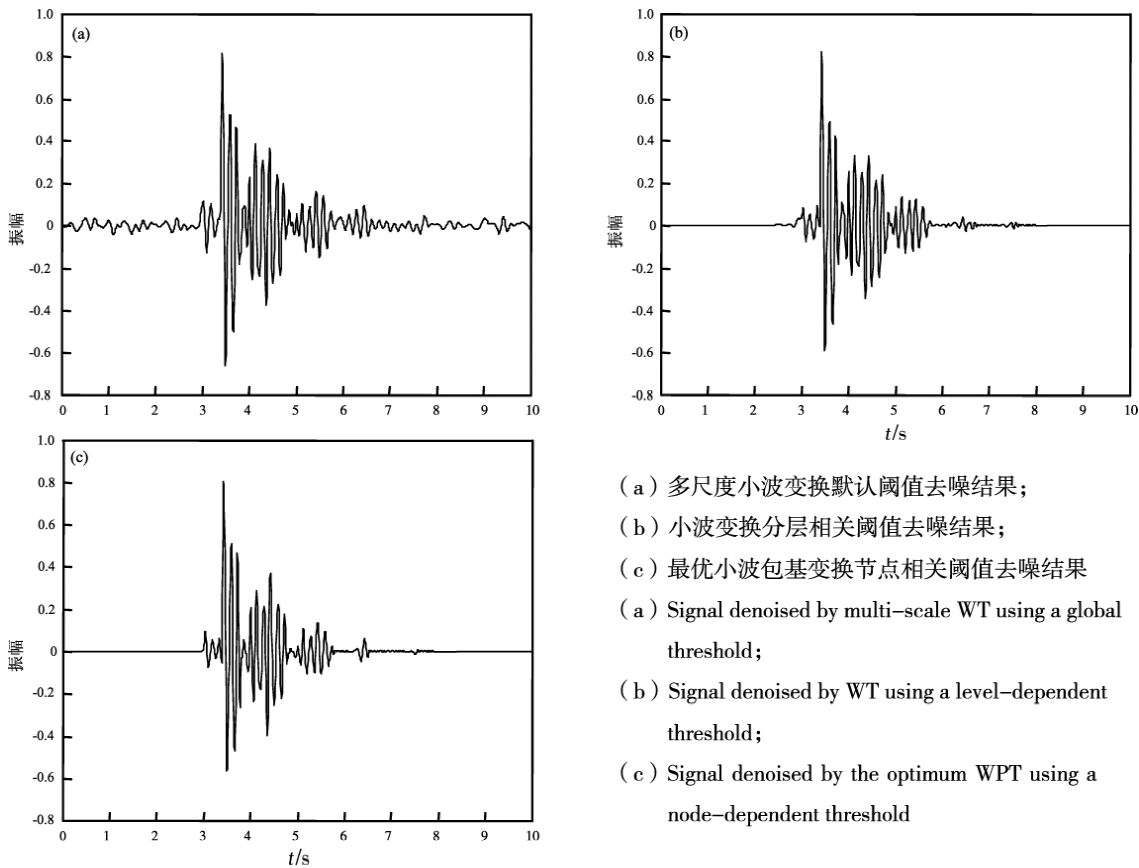


图 2 加噪信号的去噪结果
Fig. 2 De-noising results of the contaminated signal

3.2 实验信号

图 3a 为 SDAES 数字声发射仪采集的近距离微震实验信号, 提取信号前 2 s (1 250 个样本) 的数据作为噪声。
去噪结果表明: 3 种方法对第一脉冲峰值没有产生时间延迟或提前; 采用小波变换默认阈值去噪, 信噪比改善不明显, 频谱分析表明噪声信号频带与微震信号频带相近, 该方法去噪

原理类似低通滤波器, 因此去噪效果不好 (图 3b); 采用小波变换分层阈值去噪, 信噪比有所提高, 但结果仍不够理想 (图 3c); 最优小波包基变换采用节点阈值去噪, 信噪比有很大的提高, 虽然结果的幅值较其他方法要低, 但不影响到时的取值 (图 3d), 即该方法对低频噪声的去噪效果明显优于以小波变换为基础的其他去噪方法。

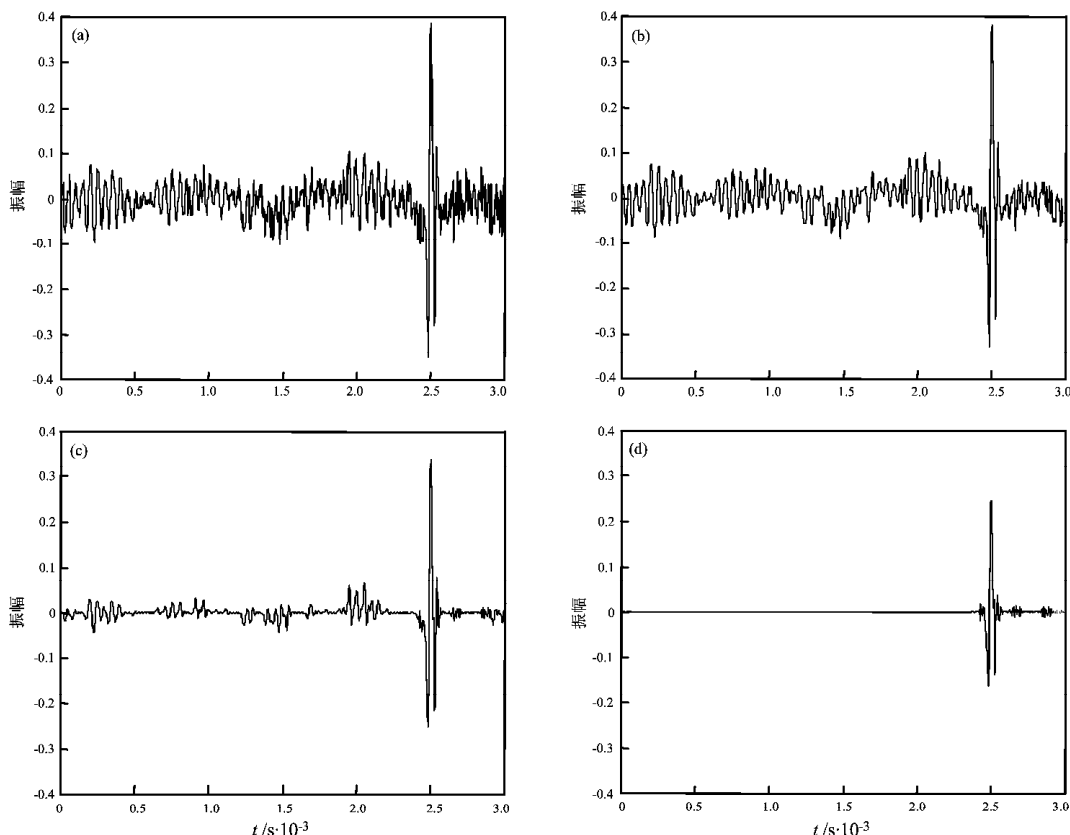


图3 实验信号及去噪结果

(a) 声发射仪采集的微震实验信号; (b) 多尺度小波变换默认阈值去噪结果; (c) 小波变换分层相关阈值去噪结果; (d) 最优小波包基变换节点相关阈值去噪结果

Fig. 3 Experimental signal and its de-noising signal

(a) Experimental micro-seismic signal collected by SDAES digital acoustic emission instrument; (b) Signal denoised by multi-scale WT using a global threshold; (c) Signal denoised by WT using a level-dependent threshold; (d) Signal denoised by the optimum WPT using a node-dependent threshold

3.3 地震信号

图4a为2007年3月25日发生在日本能登半岛地震的记录波形图,数据源于NIED(K-NET)强震观测台站。地震图信噪比不足以精确确定到达时间,应用上述3种方法消噪,采用震前10 s(1000个样本)记录的环境噪声数据来描述。

类似前面的结果,最优小波包基变换采用节点相关阈值去噪在信噪比上优于小波变换为基础的去噪结果(图4b~d)。

图5是图4去噪结果的第一到达脉冲的局部放大图。由图5可见:尽管3种方法得到的第一脉冲的峰值幅值不同,但位置一致,而第一脉冲的到达时间存在明显差异。根据上述合成信号和实验信号的分析结果以及地震波形图的频谱分析推断:应用小波变换方法去噪,信号的到时有可能存在

人为引入的信号波动误差;采用最优小波包基变换节点阈值,去噪后信号第一脉冲的到时位置更准确。

分析:小波包变换将信号在低频部分和高频部分都进行了精细分解;采用最优基能够根据该信号的特征自适应地选择相应的频带,使之与信号频谱相匹配;采用节点相关阈值消噪使信号的去噪效果最佳。这表明本文采用的去噪方法为后续分析提供的信号更可靠。

4 结论

笔者采用基于小波(包)变换的几种方法对合成信号、实验信号和实际地震信号进行了阈值去噪。结果表明:三种方法去噪信号初到峰值位

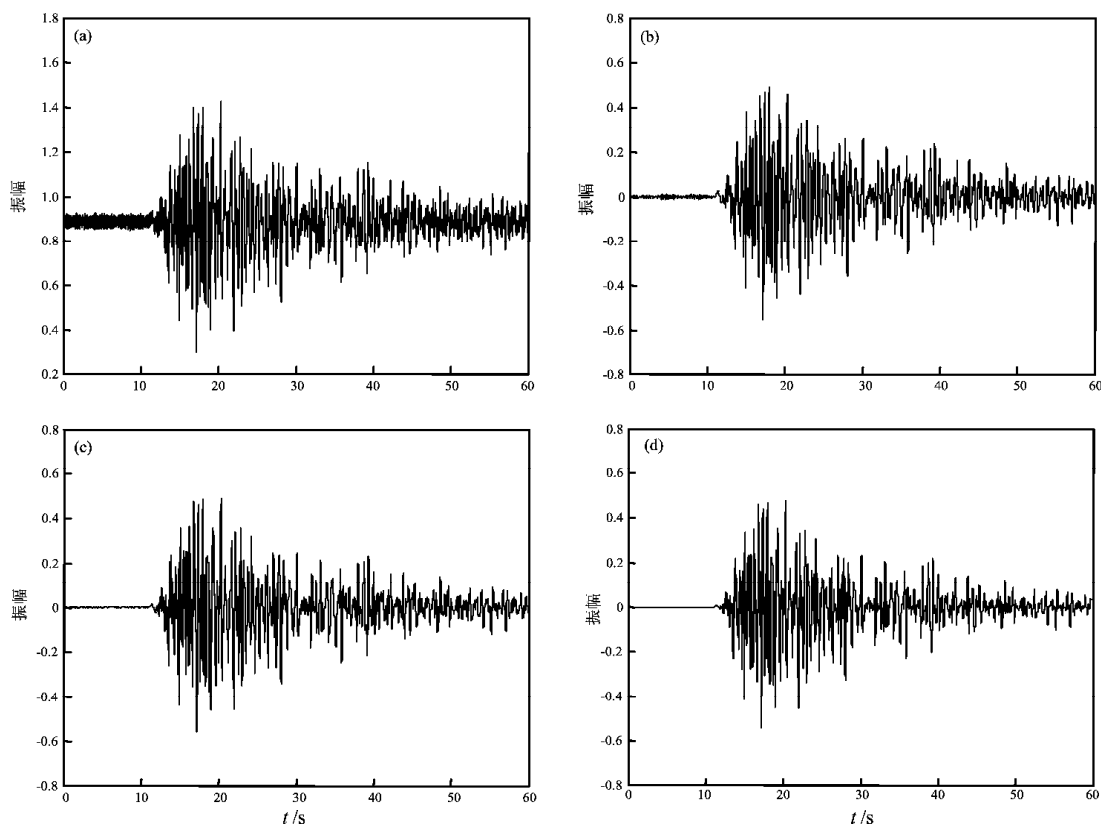


图4 地震记录波形图及去噪结果

(a) 2007 能登半岛地震记录波形图; (b) 多尺度小波变换默认阈值去噪波形图; (c) 小波变换层相关阈值去噪波形图; (d) 最优小波包基变换节点相关阈值去噪波形图

Fig. 4 Seismic waveform and its de-noising signal

(a) Real seismic waveform of 2007 Notohanto Earthquake; (b) Seismic waveform denoised by multi-scale WT using a global threshold; (c) Seismic waveform denoised by WT using a level-dependent threshold; (d) Seismic waveform denoised by the optimum WPT using a node-dependent threshold

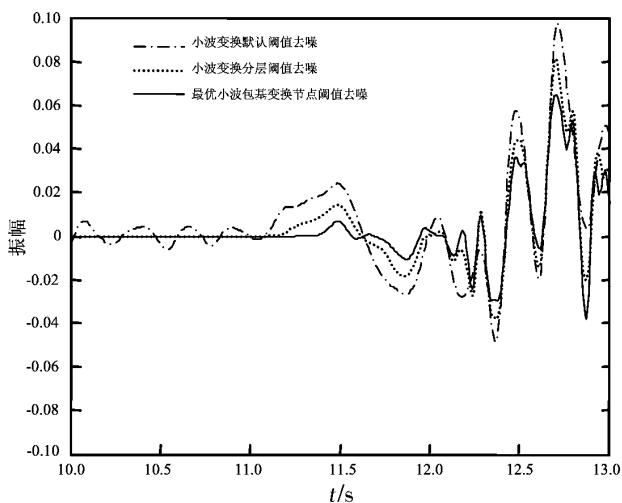


图5 去噪地震信号首到脉冲局部放大图

Fig. 5 First arrival of the pulse of the denoised seismogram

置一致; 采用多尺度小波变换默认阈值去噪, 去噪信号信噪比不高, 第一脉冲前会产生一些人为引入的振荡信号; 采用小波变换分层阈值去噪, 能给出比默认阈值要好的信噪比, 但第一脉冲的到时有明显失真; 由于小波包变换对信号分解精细, 采用最优基能使时频分解动态适应信号特征, 节点相关阈值消噪使信号的去噪效果最佳, 最终能获得高信噪比, 低失真的去噪信号, 第一脉冲的到时的也更准确, 总体上表现出优越性。

参考文献:

- 胡昌华 张军波 夏伟, 等. 1999. 基于 Matlab 的系统分析与设计——小波分析[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社 217-232.
雷栋 胡祥云, 张素芳. 2006. 小波理论及其在地震监测中的应用[J]. 地震研究 29(1): 103-106.
刘明才. 2005. 小波分析及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社 88

- 97.
- 彭玉华. 1999. 小波变换与工程应用[M]. 北京: 科学出版社.
- 张平, 山秀明, 毛玉平. 2007. 基于小波多分辨率分析的地磁脉动信号提取[J]. 地震研究, 30(2): 179-181.
- Aki K, Richards P G. 1980. Quantitative seismology: theory and methods, Vol I [M]. San Francisco: W H Freeman and Company.
- Allen J, Rabiner L. 1977. A unified approach to short-time Fourier analysis and synthesis[J]. Proc IEEE, 65(11): 1558-1564.
- Donoho D, Johnstone I M. 1994. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage[J]. Biometrika, 81(3): 425-455.
- Donoho D. 1995. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE Trans Inform Theory, 41(3): 613-627.
- Douglas A. 1997. Bandpass filtering to reduce noise on seismograms: is there a better way? [J]. BSSA, 87(3): 770-777.
- Galiana - Merino J J, Rosa - Herranz J, Giner J, et al. 2003. De-noising of short-period seismograms by wavelet packet transform [J]. BSSA, 93(6): 2334-2562.
- Galiana - Merino J J, Rosa - Herranz J, Jáuregui P, et al. 2007. Wavelet transform methods for azimuth estimation in local three-component seismograms[J]. BSSA, 97(3): 793-803.
- Scherbaum P. 1996. Of poles and zeros: Fundamentals of digital seismology[M]. Hinham: Kluwer press.
- Slawmomir J, Gibowicz, Andrzej K. 1994. An Introduction to Mining Seismology[M]. New York: Academic Press.

Application of the Optimum Wavelet Packet Transform in Seismic Signals De-noising

ZHANG Rui-hong^{1,2}, LIN Da-chao², QIAO Lan¹

(1. Civil and Environmental Engineering School, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

(2. Department of Civil Engineering, North China Institute of Science and Technology, Beijing 101601, China)

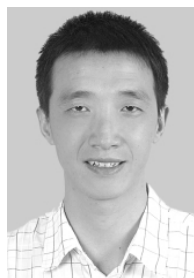
Abstract

We apply the node-dependent threshold relative to the characteristics of the time-frequency of the noise to the optimum Wavelet Packet Transform (WPT) method to denoise a synthetic noisy signal of the arrival of the simulative seismic wave, an experimental micro-seismic signal collected by a digital acoustic emission instrument, SDAES, and a seismic signal of 2007 Noto Hanto Earthquake in Japan recorded at NIED observatory. We find that the signal denoised by the optimum WPT method has a higher signal-to-noise ratio (SNR) and a lower distortion than those by other methods based on wavelet transform (WT) methods, and the WPT method shows the overall superiority.

Key words: seismic signal; WPT; best basis; denoising; dependent threshold



王晓山 河北省地震局工程师。2007 年毕业于中国地质大学固体地球物理学专业，获得硕士学位。主要从事地震活动性和震源机制及应力场的反演工作。



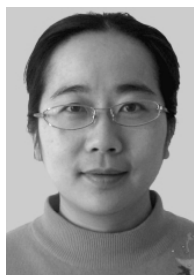
陈双贵 甘肃省地震局兰州观象台工程师，1997 年毕业于防灾技术高等专科学校；2004 年毕业于兰州大学。主要从事地震台站一线的地震监测预报工作。近几年主要从事地形变波的一些收集，研究工作。



王华林 山东省地震局研究员。1982 年毕业于山东科技大学区域地质调查与矿产普查专业，获工学学士学位；1984 年在中国地震局兰州地震所地震地质专业，获理学硕士学位。主要从事活断层探查、地震区划、工程地震和断层危害性评价的理论与应用研究工作。山东省地震局学术委员会委员，山东省地震安全性评价委员会委员，山东省地震学会和山东省地质学会常务理事，中国地震学会和中国地球物理学会会员。



杨玲英 云南省地震局工程师。1991 年毕业于北京防灾学院。主持完成科研课题四项，主要参与完成科研课题五项，曾参与云南省“九五”、“十五”数字化地震前兆台网的建设。主要从事前兆台网数据处理、资料应用研究及前兆观测质量管理工作。



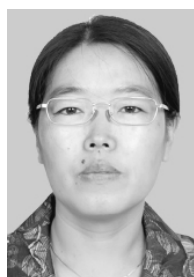
苏筠 北京师范大学副教授。主要从事自然灾害风险、资源生态研究。



李世成 云南省地震局高级工程师。1982 年毕业于长春地质学院地震地质专业，获理学学位。主要从事地震地质与地质灾害研究、强震台网建设与观测工作。中国地震学会会员、中国地球物理学会会员。



雷秋霞 西南交通大学地图制图学与地理信息工程专业在读硕士研究生。2009 年毕业于重庆交通大学资源环境与城乡规划管理专业，获理学学士。主要从事 GIS 应用及地震应急救援技术研究等。



张瑞红 华北科技学院讲师。1999 年毕业于天津大学结构工程专业，获硕士学位；2011 年毕业于北京科技大学岩土工程专业，获博士学位。现从事岩土工程专业科研工作。

注：李永莉、李树华、冉华、崔庆谷、段虎荣和徐硕的简介分别刊登在本刊 Vol. 29，No. 3；Vol. 29，No. 3；Vol. 29，supp.；Vol. 31，No. 4；Vol. 32，NO. 3；Vol. 29，supp.。