

希尔伯特-黄变换方法在固体潮数据处理中的应用*

李瑞莎¹, 武艳强², 张希¹

(1. 中国地震局第二监测中心, 陕西 西安 710054; 2. 中国地震局地震预测研究所, 北京 100036)

摘要: 介绍了希尔伯特-黄变换方法的基本原理和实现方法, 分析了该方法在仿真信号处理中的适用性和稳定性。针对模拟信号中的阶跃、突跳、随机噪声对 HHT 分析结果的影响进行了分类研究, 结果表明该方法具有很好的时频分辨率, 对前兆资料中典型的阶跃、突跳反应明显, 稳定性较好, 能将高于噪声 2 倍标准差的信号进行有效分离。最后, 通过前兆资料的 2 个实例验证了该方法在前兆数据分析中的适用性, 发现 HHT 方法可以有效的识别出实际观测资料中的固体潮信息, 对于干扰排除和异常提取具有一定的参考意义。

关键词: 希尔伯特-黄变换; 经验模态分解; 前兆数据; 时频分析

中图分类号: P312.4

文献标识码: A

文章编号: 1000-0666(2012)01-0066-07

0 引言

希尔伯特-黄变换 (Hilbert-Huang Transform, 简称 HHT) 是一种适用于非线性、非平稳信号的处理方法, 最早由美国工程院院士 Huang 等 (1998) 提出。该方法提出了固有模态函数的新概念以及信号分解的新技术, HHT 在多种时频分析方法的对比研究和实际应用中表现出独特的优点 (Huang *et al.*, 2003; Hassan, 2005; 陈雨红等, 2006; 张梅军等, 2010)。目前该方法被广泛应用于海洋、地震、机械故障诊断等各个领域的信号处理中 (陈子雄等, 2006; 杨培杰等, 2007; 陈涛等, 2009; 刘庆敏等, 2009; 李彦军等, 2010; 彭辉燕, 黄炜, 2010)。国家地震局前兆监测台网经过“九五”、“十五”数字化改造以后, 产出了大量的定点前兆观测数据。这些数据中包含了不同时间尺度的周期变化和多种干扰, 以及可能与地震有关的前兆异常。HHT 方法在地震信号的分析中应用较多 (陈子雄等, 2006; 杨培杰等, 2007; 刘庆敏等, 2009), 但在前兆资料处理中的应用相对偏少 (陈涛等, 2009; 彭辉燕, 黄炜, 2010), 因此有必要对该方法在前兆资料处理中的适用性、稳定性进行分析。

笔者针对定点形变前兆资料中出现的阶跃、突跳等干扰情况, 构建模型函数进行 HHT 仿真实验, 对该方法的稳定性进行分析, 并测试其在数

字化前兆观测数据分析中的适用性。在此过程中, 构建的仿真信号包括原始信号 (不包含突跳、阶跃和误差)、附加突跳的信号、附加阶跃的信号、附加噪声的信号等, 通过对这些信号的 HHT 分析, 利用 HHT 谱、瞬时能量谱等指标对比了理论结果与计算结果的差别。最后, 结合前兆形变数据的两个实例探讨了 HHT 方法在实际前兆资料分析中的应用情况及需要注意的问题。

1 HHT 方法基本原理

HHT 方法由经验模态分解和希尔伯特变换两部分组成, 核心是经验模态分解 (Empirical Mode Decomposition, 简称 EMD)。通过 EMD 可以将信号数据分离为有限个固有模态函数 (Intrinsic Mode Function, 简称 IMF), 然后利用希尔伯特变换构造解析信号, 得出数据的瞬时频率和振幅, 进而得到希尔伯特谱, 而后经过谱分析可得多种特征谱图像。该方法计算的瞬时频率有很高的时间分辨率和较高的频率分辨率 (Huang *et al.*, 1998; 杨培杰等, 2007; 陈涛等, 2009)。

1.1 经验模态分解

EMD 基于一个筛选的过程, 通过查找局部极大值和极小值进行插值确定上下包络线并计算平均值来提取固有模态函数 c_j 。经过 EMD 分解后, 原始信号 $X(t)$ 可以表示为

* 收稿日期: 2011-03-21.

基金项目: 中国地震局 2011 年度震情跟踪青年课题 (2011020207) 和星火计划项目“青藏块体东北缘前兆系统结构分析与异常识别” (XH12072) 联合资助。

$$X(t) = \sum_{j=1}^n c_j + r_n. \quad (1)$$

其中, n 为 IMF 的个数, r_n 为最后一个不可分解的序列, 为 $X(t)$ 的均值或趋势项 (也称为剩余量)。

EMD 分解过程如下:

(1) 找出信号的局部极大值和极小值, 利用 3 次样条插值方法连接局部极大值和极小值, 分别拟合得到极大值包络线 $X_{\max}(t)$ 和极小值包络线 $X_{\min}(t)$ 。

(2) 计算瞬时平均值 $m(t) = [X_{\max}(t) + X_{\min}(t)]/2$ 。

(3) 用原始信号 $X(t)$ 减去瞬时平均值 $m(t)$, 得到新序列 $h(t)$, $h(t)$ 可能为固有模态函数。

(4) 固有模态函数必须满足以下两个条件: ① 整个时间序列的极大极小值数目与过零点数目相等或最多相差一个; ② 任意点上, 由局部极大值确定的包络与由极小值确定的包络的均值始终为零。检查 $h(t)$ 是否满足上述两个条件, 若满足, 则将 $h(t)$ 作为一个固有模态函数; 若不满足, 将 $h(t)$ 作为原始数列重复上述 1~3 步骤, 直到满足上述两个条件为止。

原始信号 $X(t)$ 经过上述 (1)~(4) 步可以得到第一个固有模态函数 c_1 , 将 c_1 从 $X(t)$ 中分离后得到 r_1 , 将 r_1 作为新的数据进行以上 (1)~(4) 步分解过程, 直到 r_n 为一个不可分解的单调趋势项或均值。

1.2 希尔伯特变换

经验模态分解之后, 需要对任意一个固有模态函数 $x(t)$ 进行希尔伯特变换, 得到 $H(t)$, 即

$$H\{x(t)\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau. \quad (2)$$

将实信号 $x(t)$ 作为实部, 实信号 $x(t)$ 的希尔伯特变换作为虚部, 生成一个复信号 $z(t)$ 。复信号 $z(t)$ 称为解析信号或信号预包络, 记为

$$z(t) = x(t) + jH\{x(t)\} = A(t)e^{j\theta(t)}. \quad (3)$$

其中, $A(t)$ 为瞬时振幅, $\theta(t)$ 为瞬时相位, 可以得到瞬时频率

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}. \quad (4)$$

对原始信号分解的任一固有模态函数进行希

尔伯特变换后, 原始信号就可以表示为

$$X(t) = \text{Re} \sum_{j=1}^n a_j(t) e^{i\int \omega_j(t) dt}. \quad (5)$$

(此处省略了剩余量)

其中, a_j 和 ω_j 是时间的函数, 可以表征数据的振幅和频率随时间的变化。

如果将振幅显示在时-频平面上, 就得到了 Hilbert 幅值谱 $H(\omega, t)$, 简称为 Hilbert 谱, 记为

$$H(\omega, t) = \text{Re} \sum_{j=1}^n a_j(t) e^{i\int \omega_j(t) dt}. \quad (6)$$

Hilbert 幅值谱描述了信号的振幅随时间和频率的变化规律。将 $H(\omega, t)$ 对时间积分, 可以得到 Hilbert 边际谱, 边际谱显示了每个频率的振幅大小, 表达了在整个时段内振幅的累积; 将振幅的平方对频率积分, 可得到 Hilbert 瞬时能量谱 $IE(t)$, 瞬时能量谱表征信号能量随时间的变化情况。

2 HHT 方法仿真实验及特性分析

为了验证 HHT 方法在实际数据处理中的有效性, 笔者构建了一个包含不同频率及线性项的仿真信号:

$$x(t) = 2\sin(2\pi t/100) + 20\sin(2\pi t/10) + 10\sin(2\pi t/50) + 0.2t + \text{rand}(e). \quad (7)$$

式中前 3 项分别为 $f_1 = 1/100$ 、 $f_2 = 1/10$ 和 $f_3 = 1/50$ 的正弦波, $0.2t$ 为线性趋势项, $\text{rand}(e)$ 是标准差为 e 的高斯型白噪声 (Press *et al*, 2002)。在此基础上, 通过在数据中施加阶跃、单点突跳等情况进行了仿真实验。

2.1 基础信号分析

将公式 (7) 中的 3 个正弦波和趋势项作为基础信号 (附加的白噪声标准差为 0), 图 1 为基础信号经 HHT 方法得到的结果。图 1a 结果表明基础信号被较好地分解为 3 个 IMF 和 1 个剩余量, 通过对比 3 个周期项和趋势项与理论值的差异可以发现, 4 种成分 (3 个周期项和 1 个趋势项) 被有效地分离出来。图 1b 结果表明 3 组正弦波的频率被准确的识别, 同时存在一定的边缘效应。图 1c 结果表明瞬时能量的变化, 也存在一定的边缘效应。因此, 对于不附加任何噪声的基础信号, HHT 方法具有较好的频率分辨率, 对振幅的分辨率也较好。

2.2 含有阶跃或突跳信号分析

由于在实际的观测信号中经常出现阶跃或突跳异常，因此仅仅对基础资料的有效性分析是不够的。为了验证 HHT 方法对阶跃和突跳的识别能力，还需构建含有此类异常的信号进行仿真。在不附加误差的基础信号上，于 $t = 700\text{ s}$ 处开始加入一个幅度为 20 的阶跃（图 2），或在 $t = 428, 1010, 1605\text{ s}$ 三个

时刻加入幅度为 20 的单点突跳（图 3）。结果表明，固有模态函数能被正确分解，阶跃处瞬时频率发生变化，阶跃对低频 IMF 影响较大，对相对高频 IMF 影响相对较小，瞬时能量、瞬时振幅产生“鼓包”，成轴对称图像；突跳处瞬时频率、能量、振幅都有响应，突跳对瞬时能量影响较大，在突跳点附近时刻有能量的高值和低值出现（阶跃只有高值出现）。

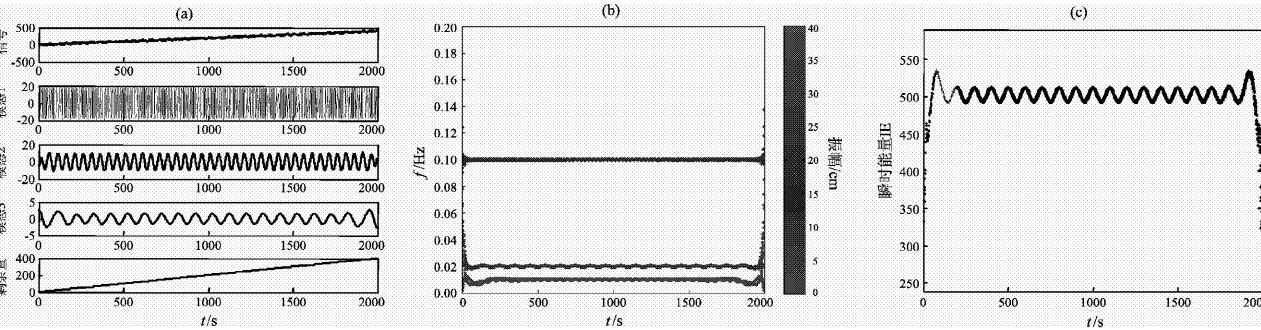


图 1 基础信号经 HHT 方法分析结果
(a) 经验模态分解; (b) HHT 谱; (c) 瞬时能量谱
Fig. 1 Analysis result of the original signal by the HHT method
(a) EMD; (b) HHT spectrum; (c) Instantaneous energy spectrum

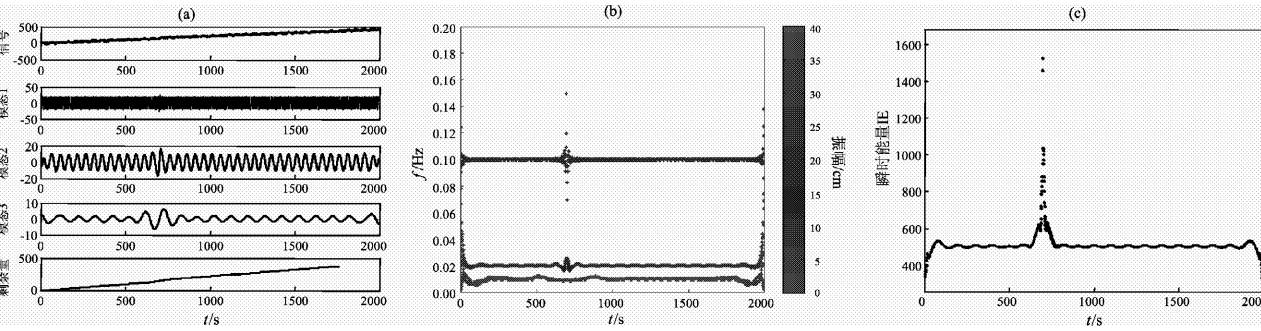


图 2 $t = 700\text{ s}$ 时刻加入幅度为 20 的阶跃
(a) 经验模态分解; (b) HHT 谱; (c) 瞬时能量谱
Fig. 2 Original signal with the step of amplitude of 20 when time is 700s
(a) EMD; (b) HHT spectrum; (c) Instantaneous energy spectrum

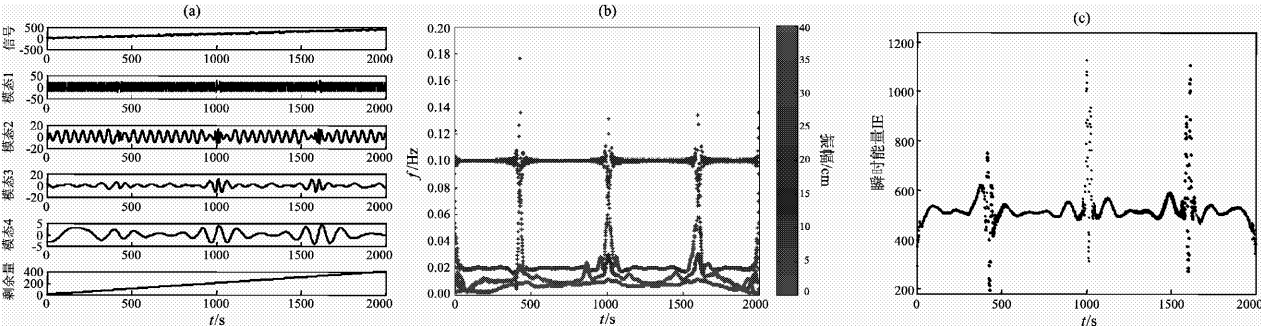


图 3 $t = 428, 1010, 1605\text{ s}$ 时刻加入 3 个幅度为 20 的单点突跳
(a) 经验模态分解; (b) HHT 谱; (c) 瞬时能量谱
Fig. 3 Original signal with three sudden jumps with amplitude of 20 when time are 428, 1010 and 1605s
(a) EMD; (b) HHT spectrum; (c) Instantaneous energy spectrum

2.3 加噪信号分析

由于实际观测数据均含有误差，衡量一个方法的优劣关键在于该方法对误差的敏感程度：如果该方法的稳定性较高则对误差的敏感度较低，否则对误差的敏感度较高。基于上述认识，下面笔者通过改变附加噪声的幅度来测试 HHT 方法对误差的敏感性。图 4、图 5 给出了基础信号中附加了不同标准

差噪声的 HHT 方法分析结果。结果表明，当标准差相对 IMF 的瞬时振幅较小时，IMF 能被正确识别，瞬时频率产生频散，瞬时能量被离散在一个较小的范围内（图 4，标准差为 0.2），图 5a 和 5b 中噪声标准差分别为 0.5 和 1，不超过 IMF 的最小振幅的一半，3 个正弦信号能被较好识别，图 5c 为附加噪声的标准差为 1.2 时的结果，此时只识别出 2 个

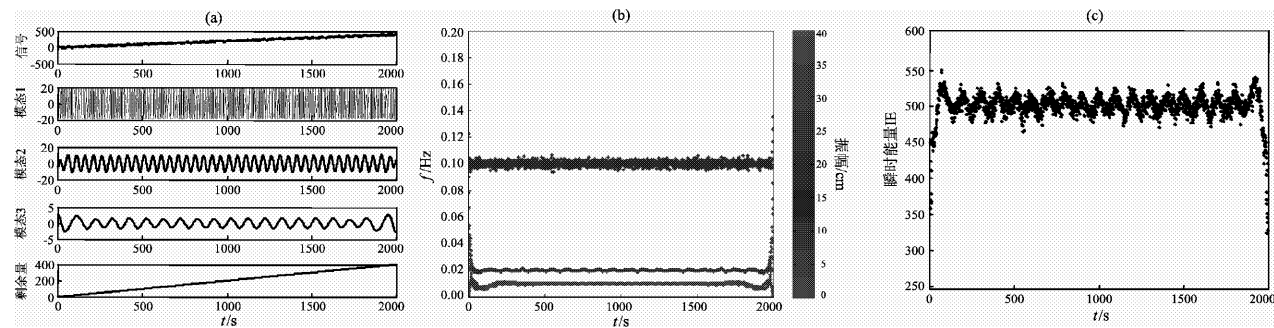


图 4 附加误差函数后 HHT 结果（噪声标准差为 0.2）

(a) 经验模态分解；(b) HHT 谱；(c) 瞬时能量谱

Fig. 4 HHT results of the original signal with error function (noise standard deviation is 0.2)

(a) EMD; (b) HHT spectrum; (c) Instantaneous energy spectrum

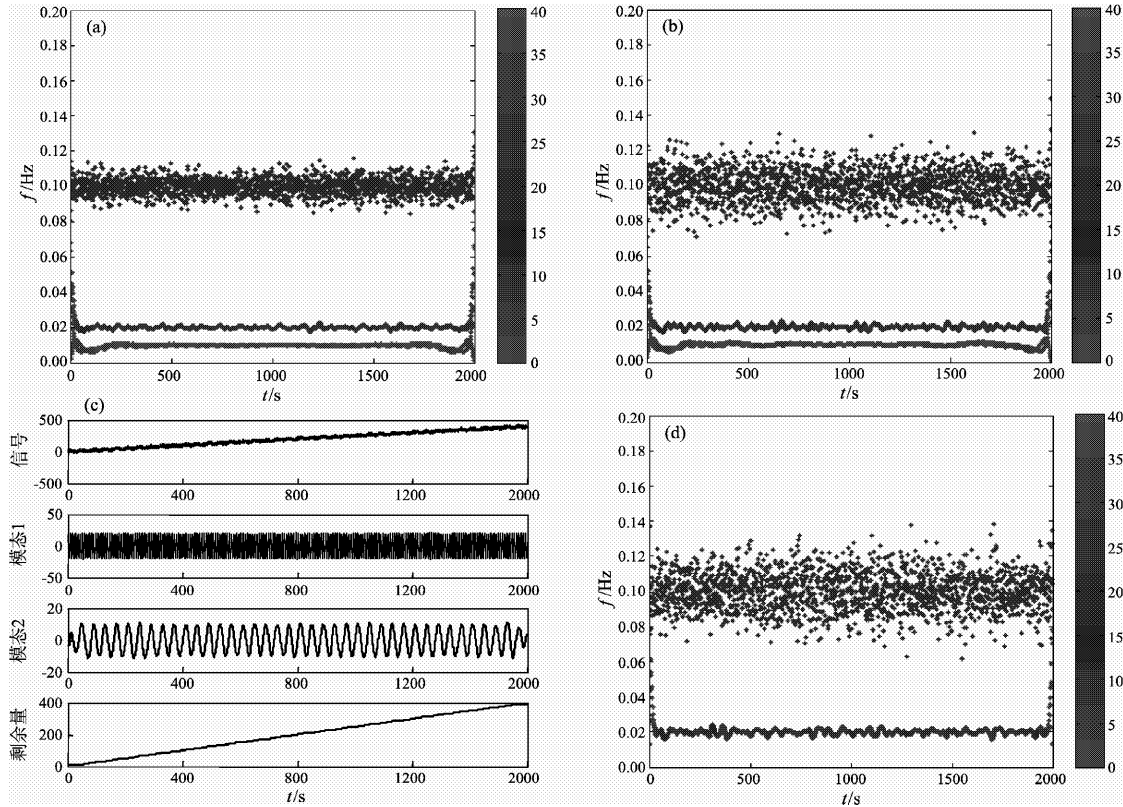


图 5 附加不同标准差误差响应

(a) 标准差为 0.5；(b) 标准差为 1；(c) 标准差为 1.2 的经验模态分解；(d) 标准差为 1.2 的 HHT 谱

Fig. 5 Error response of the original signal with different standard deviation

(a) Standard deviation is 0.5; (b) Standard deviation is 1; (c) EMD with a standard deviation of 1.2;

(d) HHT spectrum with a standard deviation of 1.2

正弦信号，最小振幅的信号已被噪声淹没，无法分离。基于上述分析，可以发现标准差越大离散化程度越高，当噪声标准差达到信号振幅一半以上时，信号被淹没在噪声中不能被分离出来。

2.4 复合信号分析

实际观测数据是复杂多样的，因此有必要对包含多种扰动数据进行 HHT 分析以确定该方法的有效性。图 6 为用 HHT 对包括突跳、阶跃、误差（标准差为 0.2 的白噪声）的信号进行分析，结果表明 3

个 IMF 能被较清晰地识别出来，瞬时能量在阶跃和突跳处有响应，阶跃处瞬时能量出现“鼓包”，突跳处附近能量有高值和低值。噪声使每个 IMF 的瞬时频率和瞬时能量产生离散。

从仿真实验结果可以发现：HHT 方法中 EMD 分解具有很好的时频分辨率，瞬时能量、频率对前兆资料中典型的阶跃、突跳响应明显，并且该方法稳定性较好，对振幅高于噪声 2 倍标准差的信号可以进行有效分离。

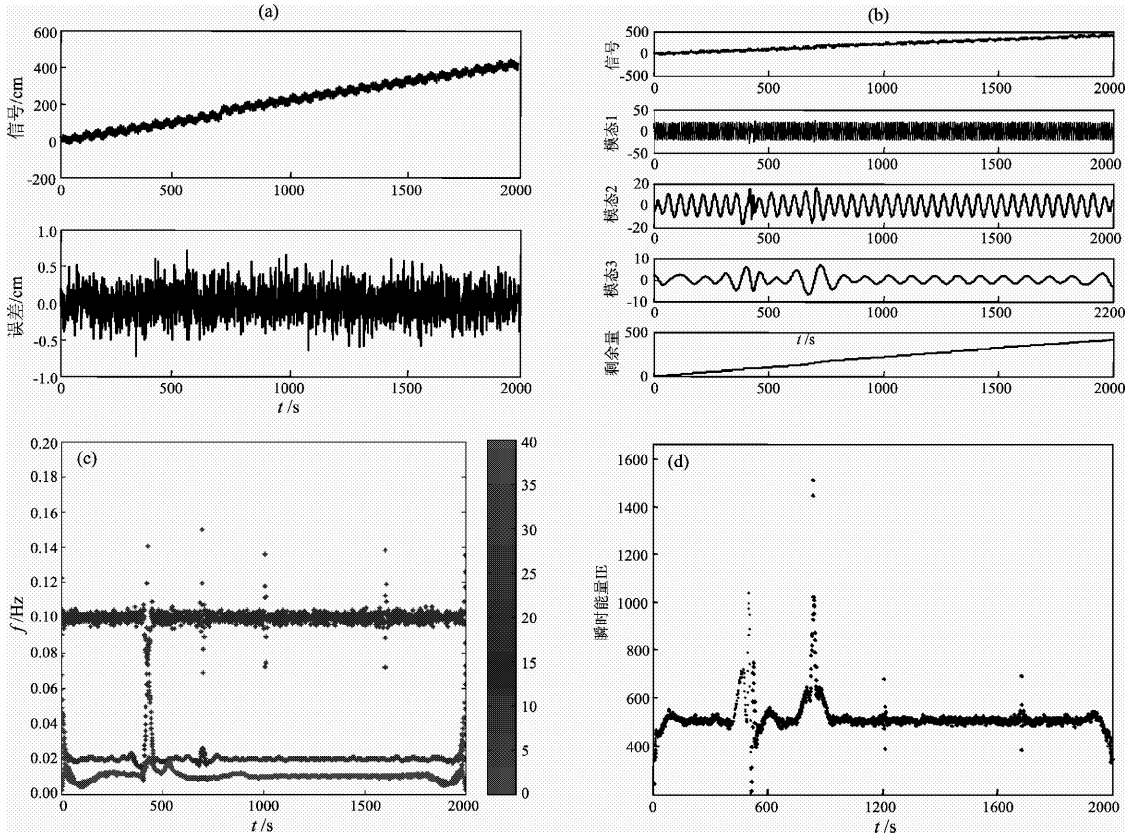


图 6 复合信号希尔伯特-黄变换分析
(a) 原始信号和误差；(b) 经验模态分解；(c) HHT 谱；(d) 瞬时能量谱

Fig. 6 Analysis result of composite signal by HHT

(a) Original signal and error; (b) EMD; (c) HHT spectrum; (d) Instantaneous energy spectrum

3 形变资料分析实例

通过仿真信号的 HHT 分析，初步验证了该方法在数字信号分析中的有效性。选取 2009 年 5 月宝鸡台水管倾斜仪北东向整点值数据和 2010 年 6 月临汾台垂直摆倾斜仪北南向整点值数据进行 HHT 分析（图 7、图 8）。结果表明两种观测大地形变的倾斜仪记录数据均被分解为 3 个固有模态函

数（IMF）和 1 个剩余量，IMF1 为半日波，IMF2 为日波，IMF3 为数据的趋势函数，反应台站所在地的大地倾斜长期变化情况，线性剩余量可能由仪器的零漂引起。HHT 谱清晰地显示了固体潮频率和振幅随时间的变化情况。2009 年 5 月宝鸡水管倾斜仪北东向数据分析所得 3 个 IMF 的瞬时频率比较平稳，各项的离散程度较低，瞬时能量离散程度也比较低。2010 年 6 月临汾垂直摆倾斜仪北南向数据分析所得 3 个 IMF 的瞬时频率在分析

时段内出现了较大变化，IMF1 的瞬时频率比较离散，这与观测数据含有较大噪声有关，可能与台站所受干扰、仪器稳定性等有关系。在 $t = 117\text{ s}$ 时刻出现了异常数据，所以引起了瞬时振幅和瞬时能量的变化。

由实际形变观测数据的分析可以看出，HHT

方法能较好地分离出固体潮数据中不同周期的日波和半日波等，并直观地显示了倾斜观测数据频率随时间的变化，以及不同时刻不同周期的固体潮数据振幅的大小，并且对数据异常有敏感的反应。实际观测数据中偶然因素较多，出现的变化也较多，更真实地反映了实际观测情况。

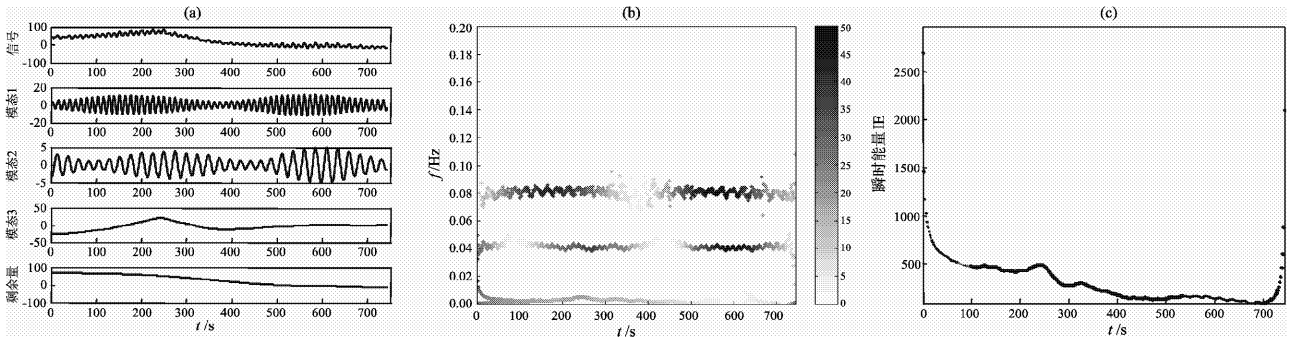


图 7 2009 年 5 月宝鸡水管倾斜仪北东分量整点值数据分析
(a) 经验模态分解; (b) HHT 谱; (c) 瞬时能量谱

Fig. 7 Analysis results of the NE component of integral point value recorded by water tube tiltmeter at Baoji Station in May, 2009
(a) EMD; (b) HHT spectrum; (c) Instantaneous energy spectrum

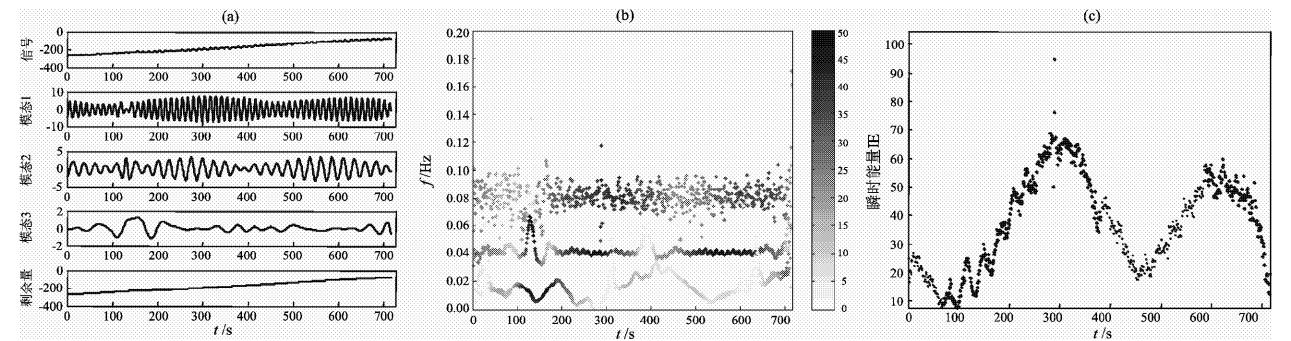


图 8 2010 年 6 月临汾垂直摆倾斜仪北南分量整点值数据分析
(a) 经验模态分解; (b) HHT 谱; (c) 瞬时能量谱

Fig. 8 Analysis results of the NS component of integral point value recorded by vertical pendulum tiltmeter at Linfen Station in June, 2010
(a) EMD; (b) HHT spectrum; (c) Instantaneous energy spectrum

4 讨论与结论

(1) 仪器、雷电、人为等影响会导致数字化前兆资料出现阶跃、突跳等异常。通过构建模型进行仿真分析，结果表明 HHT 方法对阶跃、突跳反应较好，并且该方法稳定性较好。在阶跃处瞬时频率发生变化，低频的 IMF 对阶跃响应较大，而高频的 IMF 对阶跃响应较小，瞬时能量、振幅

在阶跃处产生“鼓包”，似为轴对称分布；对于存在突跳的情况，瞬时频率、能量、振幅都有响应，瞬时能量响应较大，在突跳点附近出现高值和低值，似为中心对称分布；误差的影响使频谱曲线产生频散，IMF 的瞬时频率在稳定值附近波动，噪声标准差越大，IMF 的频率波动范围越大。信号强度高于噪声标准差的 2 倍时，信号能被有效分离。

(2) 实际观测数据经常包含较大噪声和各种干扰，有用的信号往往偏弱，尤其宽频带仪器，

观测数据包含了很多的信息和干扰,这样很难直接利用 HHT 方法提取出我们需要的前兆信息,因此,非常必要对数据进行预处理,将明确原因的干扰先行剔除,并且结合数字滤波等其它有效方法联合分析,先将观测数据进行滤波,对滤出的某些频段信号再进行 EMD 分解,此类分析将在今后的工作中进行尝试。

(3) HHT 方法在前兆资料的分析中是适用的,它具有较高的时频分辨率,能将不同周期的固体潮进行分离,得到资料的时—频—强度分布。另外,该方法对阶跃、台阶等具有较好的响应,可以通过实际观测资料的 HHT 结果识别可能的原因。地震前兆异常的识别目前是比较难的一个问题,利用 HHT 方法对典型震例进行研究、尝试识别地震前兆异常信息还有待开展进一步的工作。

参考文献:

- 陈涛,李正媛,陈志遥,等. 2009. Hilbert-Huang 变换在固体潮分析中的应用[J]. 大地测量与地球动力学,29(4):131-134.
- 陈雨红,杨长春,曹齐放,等. 2006. 几种时频分析方法比较[J]. 地球物理学进展,21(4):1180-1185.
- 陈子雄,吴琛,周瑞忠. 2006. 希尔伯特-黄变换谱及其在地震信号

分析中的应用[J]. 福州大学学报(自然科学版),34(2):260-264.

- 李彦军,胡祥云,何展翔. 2010. HHT 变换在地球物理中的应用现状及前景[J]. 工程地球物理学报,7(5):537-543.
- 刘庆敏,杨午阳,田连玉,等. 2009. 希尔伯特-黄变换在地震资料去噪中的应用[J]. 新疆石油地质,30(3):333-336.
- 彭辉燕,黄炜. 2010. HHT 在高频周期抖动分解中的研究[J]. 通信技术,43(7):43-45.
- 杨培杰,印兴耀,张广智. 2007. 希尔伯特-黄变换地震信号时频分析与属性提取[J]. 地球物理学进展,22(5):1585-1590.
- 张梅军,李曙光,孙启亮. 2010. 四种典型时频分析方法研究与仿真[J]. 仪器仪表与分析监测,(3):25-27.
- Hassan H. 2005. Empirical Mode Decomposition (EMD) of potential field data: airborne gravity data as an example [C]. SEG/Houston 2005 Annual Meeting,704-706.
- Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. 1998. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and nonstationary time series analysis [J]. Proceedings of the Royal Society, 454: 903-995.
- Huang N E, Wu MC, Long S R, et al. 2003. A confidence limit for the empirical mode decomposition and Hilbert spectral analysis[J]. Proceedings of the Royal Society, 459:2317-2345.
- Press W H P, Teukolsky S A, Vetterling W T, et al. 2002. Numerical Recipes in C++ (Second Edition) [M]. Cambridge: Cambridge University Press.

Application of Hilbert-Huang Transform in Data Processing of Earth Tide Deformation

LI Rui-sha¹, WU Yan-qiang², ZHANG Xi¹

(1. Second Crust Deformation Monitoring and Application Center, CEA, Xi'an 710054, Shannxi, China)

(2. Institute of Earthquake Science, CEA, Beijing 100036, China)

Abstract

We introduce basic principles and implementation of Hilbert-Huang Transform method and analyze applicability and stability of this method in signal simulation processing. Studying the impact of step, jump and random noise on HHT analysis of analog signal, the results show that the method has high time-frequency resolution, reflect to the typical abnormal in the precursor data such as steps or jumps significantly, and has good stability, and is able to separate the signal which is higher than the 2 times standard deviation of the noise effectively. Finally, we verify the applicability of the method in the analysis of precursor data by using two cases and find that the HHT method can identify the tidal from the real observational data effectively, and have some reference meaning for disturbing rejection and extracting exception.

Key words: Hilbert-Huang Transform; empirical mode decomposition; precursor data analysis; time-frequency analysis