

# 基于灰色系统的橡胶隔震支座性能老化预测\*

罗佳润, 马玉宏, 崔 杰, 沈朝勇

(广州大学 工程抗震研究中心, 广东 广州 510405)

**摘要:** 采用灰色系统理论对橡胶隔震支座的老化性能数据进行了模拟, 对比发现这种方法用于拟合隔震支座的老化性能变化规律具有很高的精度。在此基础上, 采用3种GM(1,1)模型预测橡胶隔震支座使用40年后的力学性能变化情况, 并与相关的隔震支座老化研究成果作对比, 预测值与实测值具有较高的一致性。

**关键词:** 隔震支座; 老化性能; 灰色理论; 预测

**中图分类号:** TV352.1      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-0666(2014)01-0111-06

## 0 概述

橡胶隔震支座是由一层钢板一层橡胶经高温硫化而成的(日本建筑学会, 2006), 其外表面通常设置一定厚度的橡胶保护层来保护内部结构。影响橡胶隔震支座耐久性的因素非常多, 主要包括: 橡胶材料的老化、橡胶隔震支座的徐变、疲劳(GB/T 20688.1-2007; 全国橡胶与橡胶制品标准化技术委员会橡胶杂品分技术委员会, 广州大学工程抗震研究中心, 2009)。支座性能的改变是由长期恒定作用、地震荷载作用、行车荷载作用及使用环境中的各种光、热、氧、化学介质等因素引起的(周福霖, 1997; 苏经宇等, 2012)。橡胶隔震支座的力学性能直接关系到隔震结构在遭遇地震时的响应及抗震性能, 因此对橡胶隔震支座性能随时间老化变化规律开展研究是非常必要的。

## 1 橡胶隔震支座老化性能研究现状

目前, 对于橡胶隔震支座老化性能的研究主要是依靠热老化试验(裴若娟, 唐家祥, 1993; 许斌, 唐家祥, 1995)和试样实测(李杨海, 2009)两种方法。但对橡胶隔震支座性

能随时间老化的实测, 非常耗时耗力, 试验成本非常昂贵, 获得的数据却很有限。另外, 对于橡胶隔震支座的老化性能开展的试验研究, 通常只是采集初始状态(老化前)和终止状态(老化后)时的力学性能指标且均采用人工加速老化的试验方法。对试验数据的处理, 通常是采用回归分析的方法, 在得到回归公式后进行预测, 但是对于隔震支座老化性能这种“贫数据”的情况, 回归分析的方法在老化性能预测方面具有明显的局限性。

## 2 灰色系统预测方法简介

邓聚龙(1993)于20世纪80年代提出了灰色理论, 该理论已经广泛应用于农业、经济、医疗、工业、管理、气象、教育、历史等几十个领域, 取得较好的经济效益, 并取得了许多重大成果(刘思峰, 党耀国, 2010)。灰色理论以“部分信息已知、部分信息未知”的“小样本”、“贫信息”不确定性系统为研究对象, 主要通过对“部分”已知信息的生成、开发, 提取有价值的信息, 实现对系统运行行为、演化规律的正确描述和有效监控(党耀国, 刘思峰, 2009)。橡胶隔震支座老化性能试验数据符合这种“小样本”、“贫信息”的特点, 预测其老化性能可以采用此方法。

\* 收稿日期: 2013-10-10.

基金项目: 国家重点基础研究发展计划973项目(2011CB013606、2012CB723304)及十二五国家科技支撑计划项目(2012BAJ07B02)联合资助.

### 3 基于灰色理论的橡胶隔震支座性能老化预测

本文采用的研究数据来源于 Morita 等 (2009) 对直径 500 mm 的橡胶隔震支座 (表 1) 跟踪 20 年研究所得到的性能指标 (表 2)。

表 1 橡胶隔震支座参数

Tab. 1 Parameters of laminated rubber bearing

参数	数值	参数	数值
单层橡胶层厚度/mm	7	面压/MPa	4.5
橡胶层数	14	剪切模量/MPa	0.425
第一形状系数	17.9	第二形状系数	5.1

表 2 橡胶隔震支座刚度

Tab. 2 Stiffness of laminated rubber bearing

	竖向刚度/kN · mm <sup>-1</sup>	水平刚度/N · mm <sup>-1</sup>
初始	1 058	848
5 年	1 076	886
10 年	1 096	884
15 年	1 139	878
20 年	1 105	915

为对橡胶隔震支座老化性能 (竖向和水平刚度) 进行灰色预测, 建立传统 GM(1,1) 模型: 采用初始、5 年后、10 年后、15 年后的竖向及水平刚度作为原始数据序列, 用 20 年后的隔震支座竖向及水平刚度值来检验预测模型, 预测步骤及结果如下:

表 3 误差检验

Tab. 3 Deviation checking

	竖向刚度			水平刚度		
	实测值/kN · mm <sup>-1</sup>	模拟值/kN · mm <sup>-1</sup>	相对误差	实测值/N · mm <sup>-1</sup>	模拟值/N · mm <sup>-1</sup>	相对误差
初始	1 058	1 058.000 0	0	848	848.000 0	0
5 年	1 076	1 072.135 8	0.359%	857	855.999 2	0.117%
10 年	1 096	1 103.284 2	0.665%	865	866.941 4	0.224%
15 年	1 139	1 135.337 6	0.322%	879	878.023 4	0.111%
20 年	1 105	1 168.322 2 (预测)	5.731%	915	889.247 1 (预测)	2.815%

以上采用前 15 年的数据建立 GM(1,1) 模型, 以建立的 GM(1,1) 模型对隔震支座使用了 20 年后的竖向刚度及水平刚度进行预测, 并将实测结果

初始值:

$$X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), x^{(0)}(4)\}.$$

(1) 对  $X^{(0)}$  作一次累加生成 (1-AGO), 得到:

$$X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), x^{(1)}(3), x^{(1)}(4)\}.$$

(2) 对  $X^{(1)}$  作紧邻值生成。令

$$z^{(1)}(k) = \{0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1)\},$$

得到:  $Z^{(1)} = \{z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), z^{(1)}(4)\}.$

$$\text{于是, } B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2), 1 \\ -z^{(1)}(3), 1 \\ -z^{(1)}(4), 1 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} -x^{(0)}(2), 1 \\ -x^{(0)}(3), 1 \\ -x^{(0)}(4), 1 \end{bmatrix}.$$

(3) 对参数  $\hat{a} = (a, b)^T$  进行最小二乘估计: 得到:

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y.$$

(4) 确定模型:  $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b$ , 及时间响应

$$\text{式: } \hat{x}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ak} + \frac{b}{a}.$$

(5) 还原数列序列  $\hat{x}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k-1)$ , 依次得到:  $\hat{x}^{(0)}(1), \hat{x}^{(0)}(2), \hat{x}^{(0)}(3), \hat{x}^{(0)}(4)$ 。

(6) 对结果进行误差检验: 用灰色预测方法得到的老化性能 (水平与竖向刚度) 预测值与实测值的对比见表 3。

与预测结果作了比较。由表 3 可知: 对于隔震支座在使用了 20 年后的竖向刚度预测存在 5.731% 的误差, 而对于水平刚度的预测则相对误差较小,

仅相差 2.815%。从比较结果来看，采用灰色系统理论对隔震支座的力学性能预测具有较高的精度。

#### 4 灰色系统不同的 GM(1,1) 模型对预测结果的对比研究

在作灰色系统预测时，建立合理的 GM(1,1) 灰色模型，确保 GM(1,1) 在原点的精度非常重要。为了提高 GM(1,1) 在原点的精度通常可以采用全数据 GM(1,1) 模型、新息 GM(1,1) 模型及新陈代谢 GM(1,1) 模型。

新息 GM(1,1) 模型可将不断进入系统的扰动因素考虑进去，GM(1,1) 模型要将每一个新得到的数据送入  $X^{(0)}$  中，重新建立 GM(1,1) 模型，即原始数列为  $X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$ ，当获得第  $n+1$  个数据后，重新构造数列：

$$X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n), x^{(0)}(n+1)\}.$$

随着时间的推移，老的信息将越来越不适应新情况，新陈代谢 GM(1,1) 模型将最新获得的信息

考虑进来，同时舍弃最老的信息，即原始数列为  $X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$ ，当获得第  $n+1$  个数据后，舍弃最老信息，加入新获得的信息，重新构造数列：

$$X^{(0)} = \{x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n), x^{(0)}(n+1)\}.$$

就本文算例来说，以使用了 20 年的隔震支座力学性能参数作为新获得的信息，分别建立新息 GM(1,1) 模型和新陈代谢 GM(1,1) 模型。

为了对使用了 30 年后的隔震支座力学性能情况作预测，分别采用新息 GM(1,1) 模型（即在上述 GM(1,1) 模型中加入使用了 20 年的隔震支座力学性能参数）和新陈代谢模型（即初始数据舍去，并新加使用了 20 年的隔震支座力学性能参数），并将得到的结果作相应的对比，结果见表 4，表 5。可见，相对来说由新陈代谢模型求得的模拟值误差小于新息模型。

为预测橡胶隔震支座使用 25 年、30 年、35 年、40 年的力学性能，作发展带预测。将上述建立的 3 种 GM(1,1) 模型所对应的估计参数序列

表 4 新息 GM(1,1) 模型及新陈代谢 GM(1,1) 模型对竖向刚度的模拟值对比

Tab. 4 Comparison of simulated value of vertical stiffness by using new information GM(1,1) model and metabolism GM(1,1) model

	实测值 /kN · mm <sup>-1</sup>	新息 GM(1,1) 模型模拟值 /kN · mm <sup>-1</sup>	相对误差	新陈代谢 GM(1,1) 模型模拟值 /kN · mm <sup>-1</sup>	相对误差
初始	1 058	1 058.000 0	0	-	-
5 年	1 076	1 084.755 5	0.813 7%	1 076.000 0	0
10 年	1 096	1 097.478 1	0.134 9%	1 108.886 4	1.175 8%
15 年	1 139	1 110.350 0	2.515 4%	1 113.326 1	2.254 1%
20 年	1 105	1 123.372 8	1.662 7%	1 117.783 5	1.156 9%

表 5 新息 GM(1,1) 模型及新陈代谢 GM(1,1) 模型对水平刚度的模拟值对比

Tab. 5 Comparison of simulated value of horizontal stiffness by using new information GM(1,1) model and metabolism GM(1,1) model

	实测值 /N · mm <sup>-1</sup>	新息 GM(1,1) 模型模拟值 /N · mm <sup>-1</sup>	相对误差	新陈代谢 GM(1,1) 模型模拟值 /N · mm <sup>-1</sup>	相对误差
初始	848	848.000 0	0.000 %	-	-
5 年	857	850.791 3	0.724 5%	857.000 0	0
10 年	865	869.301 4	0.497 3%	861.291 1	0.428 8%
15 年	879	888.214 1	1.048 3%	886.032 6	0.800 1%
20 年	915	907.538 4	0.815 5%	911.484 9	0.384 2%

$\hat{a}_{(1)} = [a_i, b_i]^T (1, 2, 3)$ , 列出如下:

$$\hat{a}_{(1)} = [a_1, b_1]^T = \begin{bmatrix} -0.028\ 638\ 666 \\ 1\ 026.557\ 005\ 955 \end{bmatrix},$$

$$\hat{a}_{(2)} = [a_2, b_2]^T = \begin{bmatrix} -0.011\ 660\ 325\ 27 \\ 1\ 066.106\ 857\ 96 \end{bmatrix},$$

$$\hat{a}_{(3)} = [a_3, b_3]^T = \begin{bmatrix} -0.000\ 399\ 571\ 96 \\ 1\ 102.373\ 074\ 59 \end{bmatrix}.$$

因为

$$-a_{\min} = \min_{1 \leq i \leq 3} \{-a_i\} = 0.000\ 399\ 571\ 96 = -a_3,$$

$$-a_{\max} = \max_{1 \leq i \leq 3} \{-a_i\} = 0.028\ 638\ 666 = -a_1.$$

所以发展带上界序列响应式为

$$\begin{cases} \hat{x}_s^{(0)}(k+1) = x^{(0)}(1) - \frac{b_1}{a_1} e^{-a_1 k} + \frac{b_1}{a_1} \\ = 36\ 903.142\ 33 e^{0.028\ 638\ 666 k} - 35\ 845.142\ 33, \\ \hat{x}_s^{(0)}(k+1) = \hat{x}_s^{(1)}(k+1) - \hat{x}_s^{(1)}(k). \end{cases}$$

即:  $\hat{x}_s^{(0)}(k+1) = 1\ 041.866\ 723 e^{0.286\ 386\ 666 k}$ .

由此得最高预测值:  $\hat{x}_s^{(0)}(6)$ ,  $\hat{x}_s^{(0)}(7)$ ,  $\hat{x}_s^{(0)}(8)$ ,  $\hat{x}_s^{(0)}(9)$ , 分别与第 25 年、30 年、35 年、40 年对应, 以下类似。

$$\hat{x}_s^{(0)}(6) = 1\ 202.265\ 097,$$

$$\hat{x}_s^{(0)}(7) = 1\ 237.194\ 138,$$

$$\hat{x}_s^{(0)}(8) = 1\ 273.137\ 962,$$

$$\hat{x}_s^{(0)}(9) = 1\ 310.126\ 051.$$

因  $X_3^{(0)}$  的起点为  $x^{(0)}(2)$ , 故发展带下界序列时间响应式为

$$\begin{cases} \hat{x}_s^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(2) - \frac{b_3}{a_3}) e^{-a_3 k} + \frac{b_3}{a_3} \\ = 276\ 964.499\ 9 e^{0.003\ 995\ 719\ 6k} - 275\ 888.499\ 9, \\ \hat{x}_s^{(0)}(k+2) = \hat{x}_s^{(1)}(k+2) - \hat{x}_s^{(1)}(k+1) \\ = 1\ 104.464\ 446 e^{0.003\ 995\ 719\ 6k}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{x}_u^{(1)}(k+2) = (x^{(0)}(2) - \frac{b_3}{a_3}) e^{-a_3 k} + \frac{b_3}{a_3} \\ = 276\ 964.499\ 9 e^{0.003\ 995\ 719\ 6k} - 275\ 888.499\ 9, \\ \hat{x}_u^{(0)}(k+2) = \hat{x}_u^{(1)}(k+2) - \hat{x}_u^{(1)}(k+1) \\ = 1\ 104.464\ 446 e^{0.003\ 995\ 719\ 6k}. \end{cases}$$

由此可得竖向刚度最低预测值为

$$\hat{x}_u^{(0)}(6) = 1\ 122.258\ 778,$$

$$\hat{x}_u^{(0)}(7) = 1\ 126.751\ 981,$$

$$\hat{x}_u^{(0)}(8) = 1\ 131.263\ 172,$$

$$\hat{x}_u^{(0)}(9) = 1\ 135.792\ 425.$$

由竖向刚度最高值和竖向刚度最低值得到基本预测值:

$$\hat{x}^{(0)}(6) = \frac{1}{2} [\hat{x}_s^{(0)}(6) + \hat{x}_u^{(0)}(6)] = 1\ 162.261\ 938,$$

$$\hat{x}^{(0)}(7) = \frac{1}{2} [\hat{x}_s^{(0)}(7) + \hat{x}_u^{(0)}(7)] = 1\ 181.973\ 06,$$

$$\hat{x}^{(0)}(8) = \frac{1}{2} [\hat{x}_s^{(0)}(8) + \hat{x}_u^{(0)}(8)] = 1\ 202.200\ 567,$$

$$\hat{x}^{(0)}(9) = \frac{1}{2} [\hat{x}_s^{(0)}(9) + \hat{x}_u^{(0)}(9)] = 1\ 222.959\ 238,$$

对于水平刚度数据, 按照相同的方法, 得到水平刚度最高预测值为

$$\hat{x}_s^{(0)}(6) = 937.668\ 343\ 4,$$

$$\hat{x}_s^{(0)}(7) = 964.603\ 912\ 5,$$

$$\hat{x}_s^{(0)}(8) = 992.313\ 235\ 9,$$

$$\hat{x}_s^{(0)}(9) = 1\ 020.818\ 541.$$

水平刚度最低预测值为

$$\hat{x}_u^{(0)}(6) = 900.614\ 297\ 1,$$

$$\hat{x}_u^{(0)}(7) = 912.126\ 773\ 6,$$

$$\hat{x}_u^{(0)}(8) = 923.786\ 413\ 1,$$

$$\hat{x}_u^{(0)}(9) = 935.595\ 096\ 7.$$

由水平刚度最高值和水平刚度最低值得到基本预

测值：

$$\hat{x}^{(0)}(6) = \frac{1}{2} [\hat{x}_s^{(0)}(6) + \hat{x}_u^{(0)}(6)] = 919.141\ 320\ 3,$$

$$\hat{x}^{(0)}(7) = \frac{1}{2} [\hat{x}_s^{(0)}(7) + \hat{x}_u^{(0)}(7)] = 938.365\ 343\ 1,$$

$$\hat{x}^{(0)}(8) = \frac{1}{2} [\hat{x}_s^{(0)}(8) + \hat{x}_u^{(0)}(8)] = 958.049\ 824\ 5,$$

$$\hat{x}^{(0)}(9) = \frac{1}{2} [\hat{x}_s^{(0)}(9) + \hat{x}_u^{(0)}(9)] = 978.206\ 818\ 6.$$

为了直观清晰表示，将 3 种模型的模拟、预测结果绘图如图 1、2 所示。

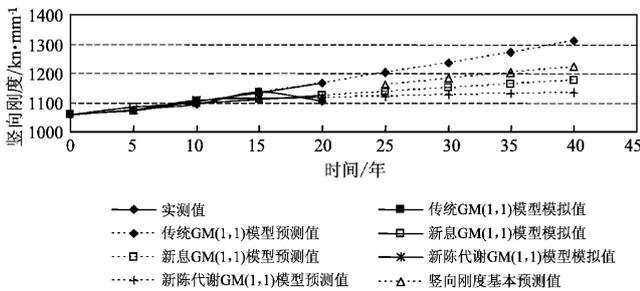


图 1 竖向刚度模拟及预测值对比

Fig. 1 Comparison of simulated and predicted value of vertical stiffness

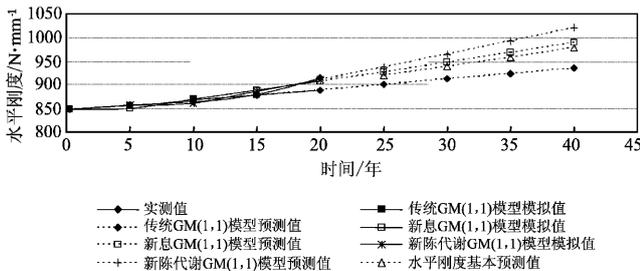


图 2 水平刚度模拟及预测值对比

Fig. 2 Comparison of simulated and predicted value of horizontal stiffness

从图 1 可以看出，由于在第 20 年的竖向刚度相比第 15 年的降低，出现了一个拐点。采用前 15 年的数据建立的 GM(1,1) 模型，缺乏对于新数据的利用，造成在第 20 年的模拟值差别较大，而采用新息 GM(1,1) 模型及新陈代谢 GM(1,1) 模型的模拟、预测结果与实测的数据具有较高的拟合度，尤其在原点（即第 20 年的竖向刚度）具有很高的模拟精度，新息 GM(1,1) 模型所得结果仅与

实测值相差 1.663%，新陈代谢 GM(1,1) 模型结果则相差 1.562%。从图 2 来看，采用新息 GM(1,1) M 模型在原点处的模拟值与实测值仅相差 0.815 5%，采用新陈代谢 GM(1,1) 模型在原点处的模拟值与实测值误差更是低至 0.384 2%，模拟精度非常高。

与此同时，本文还结合上述几种灰色预测模型，对隔震支座的竖向刚度及水平刚度进行了使用 40 年后的发展带预测，得出的竖向刚度基本预测值为 1 222.96 kN/mm，比初始值增大了 15.592%，水平刚度基本预测值为 978.21 N/mm，比初始值增大了 15.355%。这个预测结果与日本试验得到的结论经过 30~60 年老化后，水平剪切刚度提高约 20%（周福霖，1997）相一致。

## 5 结论

本文采用 3 种 GM(1,1) 模型对橡胶隔震支座的性能随时间的老化作了相应的模拟、预测，由结果可知：灰色系统预测理论用于隔震支座老化性能的模拟预测具有较高的精度。对于一些重要的隔震建筑、隔震桥梁的监测，可以抽样检测隔震支座的力学性能，并在此基础上采用灰色系统预测理论对隔震支座力学性能随时间的老化进行预测，从而为预测隔震结构的抗震性能提供必要的依据。

## 参考文献：

党耀国,刘思峰. 2009. 灰色预测与决策模型研究[M]. 北京:科学出版社.  
 邓聚龙. 1993. 灰色控制系统(第二版)[M]. 武昌:华中理工大学出版社.  
 李杨海. 2009. 公路桥梁支座实用手册[M]. 北京:人民交通出版社, 50-52.  
 刘思峰,党耀国. 2010. 灰色系统理论及其背景[M]. 北京:科学出版社.  
 日本建筑学会. 2006. 隔震结构设计[M]. 刘文光译,冯德民校. 北京:地震出版社.  
 裴若娟,唐家祥. 1993. 叠层橡胶隔震器的耐久性[J]. 工程抗震, (3):36-39.  
 全国橡胶与橡胶制品标准化技术委员会橡胶杂质分技术委员会,广州大学工程抗震研究中心. 2009. 橡胶支座国家标准理解与实施[M]. 北京:中国标准出版社,71.  
 苏经宇,曾德民,田杰. 2012. 隔震建筑概论[M]. 北京:冶金工业出版社.

许斌,唐家祥. 1995. 基础隔震叠层橡胶支座耐久性试验研究[J]. 工程抗震, (4): 41 - 44.  
周福霖. 1997. 工程结构减震控制[M]. 北京: 科学出版社.  
GB/T 20688. 1 - 2007, 橡胶支座第 1 部分: 隔震橡胶支座试验方法[S].

Morita K., Yamagami S., Takayama M. Long-term performance test of laminated rubber bearing for seismic isolation system[J]//rd International Conference On Advances in Experimental structural Engineering, CD - ROM(2009. 10).

## Prediction on Ageing Performance of Rubber Isolation Bearing based on Gray Theory System

LUO Jia-run, MA Yu-hong, CUI Jie, SHEN Chao-yong

(*Earthquake Engineering Research & Test Center, Guangzhou University, Guangzhou 510405, Guangdong, China*)

### Abstract

The data of ageing performance of rubber isolation bearings is simulated by the gray system theory. The comparison results show that this method has high precision on fitting the aging performance variation rule of isolation bearings. On the basis of it, using three kinds of GM (1, 1) models to predict the mechanical properties change of rubber bearings after used 40 years, and do the comparison with the related research achievement of rubber isolation bearings ageing, the results show that the predicted values highly consistent with the actual measured values.

**Key words:** rubber bearing; ageing; grey theory; prediction