

解孟雨, 孟令媛. 2022. 推定最大余震震级法在南北地震带的应用[J]. 地震研究, 45(3): 424–433, doi:10.20015/j.cnki.ISSN1000-0666.2022.0042.

Xie M Y, Meng L Y. 2022. Application of the method of the inferred magnitude to the largest aftershock in the North–South Seismic Belt[J]. *Journal of Seismological Research*, 45(3): 424–433, doi:10.20015/j.cnki.ISSN1000-0666.2022.0042.

推定最大余震震级法在南北地震带的应用*

解孟雨, 孟令媛*

(中国地震台网中心, 北京 100045)

摘要: 针对 2000—2020 年南北地震带 21 个 $M_s \geq 6.0$ 地震序列, 利用推定最大余震震级法, 采用不同的最小完备震级 M_c 和 b 值计算方法, 分别给出了实际最大余震震级的估计值, 分析了估算效果。结果显示: 从整体上看, 推定最大余震震级法可以给出实际最大余震震级的有效估计值, 而且随着时间推移, 估计误差逐步减小、趋于稳定。从计算方法来看, 使用 GFT 和修正 MAXC 的混合方法计算最小完备震级, 并且采用最大似然法计算 b 值时, 推定最大余震震级法的估算误差较小, 且估算正确的结果较多。

关键词: 推定最大余震震级法; b 值; 南北地震带; 余震序列; G–R 定律

中图分类号: P315.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-0666(2022)03-0424-10

doi:10.20015/j.cnki.ISSN1000-0666.2022.0042

0 引言

我国的国土面积虽仅占全球陆地面积的 7%, 却有全球 33% 的大陆强震发生在我国 (中国地震信息网, 2018)。据中国地震信息网 (2018) 统计, 1901—2001 年我国大陆因地震死亡人数达到 60 余万人, 最惨烈的是 1920 年 12 月宁夏海原 8.6 级地震和 1976 年 7 月河北唐山 7.8 级地震, 死亡人数分别是 23.55 万人和 24.2 万人。20 世纪以来, 科技得到了迅速的发展, 但是从发震频度上看, 1950 年以来中国大陆地区平均每年发生 5 级地震 24 次、6 级地震 4 次、7 级地震 0.6 次, 地震仍然是人民生命安全和发展的巨大威胁。

南北地震带作为中国大陆中部强震相对密集分布的地震带, 发生了 2008 年四川汶川 $M_s 8.0$ 、

2010 年青海玉树 $M_s 7.1$ 、2013 年四川芦山 $M_s 7.0$ 、2017 年四川九寨沟 $M_s 7.0$ 、2014 年云南景谷 $M_s 6.6$ 、2014 年云南鲁甸 $M_s 6.5$ 等一系列强震, 这些强震对震中及其附近城市和乡镇均造成了巨大的伤害。例如截至 2008 年 9 月 25 日, 2008 年汶川 $M_s 8.0$ 地震共造成直接经济损失 8 523.09 亿元, 致使 69 227 人死亡, 17 923 人失踪以及 374 643 人受伤 (陶正如, 陶夏新, 2021)。研究显示南北地震带仍存在发生强震的可能 (M7 专项工作组, 2012)。

强震发生后, 快速研判该地震序列的类型及余震强度具有重要的减灾意义。现阶段我国震后应急及地震序列跟踪工作中, 针对地震序列类型及余震强度的判定方法, 以震中附近历史地震序列对比分析为主, 并综合考虑统计规律 (中国地震局监测预报司, 2007; 吕晓健等, 2010; 蒋飞蕊

* 收稿日期: 2021-04-27.

基金项目: 地震科技星火计划项目“基于 b 值和波形动态分析序列特征”, 国家重点研发计划项目 (2021YFC3000705) 和台网青年项目“强震危险地点预测方法研究——以南北地震带为例”联合资助。

第一作者简介: 解孟雨 (1991-), 工程师, 博士, 主要从事震源物理、断层演化模拟和地震活动性方面的研究。

E-mail: xiemengyu@seis.ac.cn.

通讯作者简介: 孟令媛 (1983-), 研究员, 博士, 主要从事震源物理、地震活动性和强地面运动方面的研究。

E-mail: menglingyuan@seis.ac.cn.

等, 2015; 赵小艳等, 2021)、 h 值 (刘正荣, 孔昭麟, 1986; 马茹莹等, 2016) 以及推定最大余震震级方法 (吴开统等, 1984; Shcherbakov, Turcotte, 2004) 等的计算结果。其中推定最大余震震级方法可以依据地震序列数据实时评估最大余震震级, 且计算简单快速, 是震后评估最大余震震级水平的常用方法之一。Shcherbakov 等 (2013) 利用该方法估算了全球 70 个俯冲带地震序列的最大余震 (或最大后续地震) 震级, 结果显示对于大多数序列可以准确估计出最大余震震级, 对于震级差为 0.2 级的震群序列也可以有效估计出最大后续地震震级。苏有锦等 (2014) 针对全球 184 个 7 级以上浅源主-余型地震序列研究了震后不同时间下推定最大余震震级方法的适用性, 结果显示估算出的最大余震震级与实际值的差值多为 $-0.5 \sim 0.5$, 且可以利用震后短时间尺度的余震数据估算出合理的最大余震震级。解孟雨等 (2017) 基于九寨沟 7.0 级地震序列的数据, 讨论了震级类型、余震目录时间长度对于推定最大余震震级方法的影响, 结果显示该方法对面波震级 M_s 和里氏震级 M_L 均适用, 且余震目录时间尺度较长时, 最大余震震级估算值较好, 利用震后短期的计算结果也可以作为最大余震震级的合适估计。

为进一步分析推定最大余震震级方法对我国大陆地区强震序列的有效性, 分析不同常用最小完备震级和 b 值计算方法组合下的估算结果, 本文针对南北地震带开展相关研究, 选取该区 2000—2020 年 $M_s \geq 6.0$ 地震序列数据, 讨论分析不同方法组合以及数据时间长度对实际最大余震震级的影响, 然后依据分析结果提出了最优的推定最大余震震级方法。

1 计算方法

对于现有的地震序列记录, 一般满足 G-R 定律, 即:

$$\lg N(\geq M) = a - bM \quad (1)$$

式中: $N(\geq M)$ 为震级大于 M 的余震个数; a 和 b 则是正常数, a 描述了选定区域地震活动性水平的高低程度, 它依赖于选定区域和观测数据时间尺

度的大小, 一般认为 a 值给出了区域总的地震个数, 而 b 值刻画了区域内地震大小的相对分布情况, 其范围为 $0.6 \sim 1.4$ (Marzocchi, Sandri, 2003; Shcherbakov, Turcotte, 2004; Wang *et al.*, 2015; Hamdache *et al.*, 2017)。当 $N = 1$ 时, 地震序列的推定最大余震震级为:

$$M_{ILA} = a/b \quad (2)$$

从式 (2) 可以看出, 只需在地震序列最小完备性震级 M_c 的基础上, 计算出参数 a 和 b , 便可估算序列最大余震震级, 这一方法就称为推定最大余震震级法。

最小完备性震级 M_c 的估算方法主要分为两类 (Mignan, Woessner, 2012): 基于台站的方法和基于目录的方法。基于目录的方法相对简单明确, 适合实现快速计算, 其中最大曲率法 (MAXC) 和拟合优度测试法 (GFT) 计算较为简单快捷, 满足震后最大余震震级快速评估的要求。

MAXC 将地震个数 $N(M_0 + dM \geq M \geq M_0)$ 最大时对应的震级 M_0 值作为地震目录的 M_c , 其中 dM 为地震震级记录的最小间隔, 一般为 0.1。MAXC 会低估地震目录的 M_c , 因此更为接近实际真值, 一般会添加修正系数 0.2, 即 $M_c = M_c(\text{MAXC}) + 0.2$ (Woessner, Wiemer, 2005), 该计算方法称为修正 MAXC。

GFT 首先定义了衡量拟合 G-R 定律曲线与实际数据拟合程度的参数 R 值:

$$R(a, b, M_{c0}) = 100 - 100 \frac{\sum_{M_c}^{M_{\max}} |B_i - S_i|}{\sum_i B_i} \quad (3)$$

式中: M_{c0} 为选定的震级; a 、 b 为针对 $M \geq M_{c0}$ 地震目录计算出的参数值; B_i 和 S_i 分别为每一震级档下观测到的累积地震个数和按拟合 G-R 定律计算出的累积地震个数。通过改变 M_{c0} 大小, 计算出相应的 R 值, 当 R 值大于设定阈值时, M_{c0} 取为地震目录的 M_c 。通常 R 值阈值设定为 90% 或 95%, 相应的 M_c 一般记为 $M_c - 90$ 和 $M_c - 95$ 。使用 GFT 估算 M_c 时, 存在无法计算出 $M_c - 90$ 和 $M_c - 95$ 的情况, 因此在实际使用过程中常采用 GFT 和修正 MAXC 的混合方法, 依次确定是否可以计算出

$M_c - 95$ 和 $M_c - 90$, 如果都无法计算出, 则利用修正 MAXC 计算相应的 M_c (Wiemer, 2001)。

b 值的计算方法主要分为两大类: 最小二乘法和最大似然法。对于最小二乘法 (LS), 本文采用常用的线性回归系数最小二乘估计 (贾俊平等, 2018), 即设定变量 x 和 y 之间满足:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon \quad (4)$$

式中: β_0 和 β_1 为需要确定的常数; ε 为误差项, 反映了除 x 和 y 之间线性关系的其他因素的影响。由实测数据 x 和 y 可以得到 β_0 和 β_1 的估计值分别为:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (5)$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

式中: n 为实测数据的个数; \bar{x} 和 \bar{y} 分别为实测 x 和 y 的均值。 b 值计算时, 式 (4) 中 x 为震级 M , y 为余震个数 N 的常用对数 $\lg N$, β_0 为 a , β_1 为 $-b$, 通过式 (5), 即可估算出 a 和 b 。同时为了使 G-R 定律拟合效果最佳, 计算过程中通过改变震级上限, 选取拟合值和实测值之间误差最小的拟合参数作为最终计算结果。

使用最大似然法 (ML) 估算 b 值, 常用的 b 值及不确定度 δ_b 计算如下:

$$b = \frac{1}{\ln 10 [\bar{M} - (M_c - dM/2)]} \quad (6)$$

$$\delta_b = \frac{b}{\sqrt{N_t}} \quad (7)$$

式中: \bar{M} 为计算地震目录的平均震级; N_t 为计算目录中事件的总个数 (Marzocchi, Sandri, 2003)。Marzocchi 和 Sandri (2003) 通过对比式 (6) 与其他最大似然法的计算结果, 进一步指出利用式 (6) 可对较大的 b 值进行有效估算, 在地震震级存在误差的情况下, 仍然可以有效地估算 b 值。同时 a 值为 (吴果, 2018):

$$a = \lg [N(\geq M_c)] + bM_c \quad (8)$$

$$\delta_a = \sqrt{(M_c \delta_b)^2 + (b \Delta M)^2} \quad (9)$$

在采用 ML 计算 b 值时, $M \geq M_c$ 的地震总数 $N(M \geq M_c)$ 必须足够大, 一般为 $N \geq 30$ (Aki, 1965; 贾俊平等, 2018)。

为了寻找最优的组合方法, 本文采用上述常用方法的组合计算出推定最大余震震级 M_{ILA} , 然后通过对比分析 M_{ILA} 对实际最大余震震级 M_{RLA} 的估算效果, 确定更为有效的方法组合。具体而言, 分别采用修正 MAXC 方法以及 GFT 和修正 MAXC 的混合方法 (以下分别简称为 MAXC 和 GFT) 计算 M_c , 然后分别使用 LS 和 ML 计算 b 值, 构成 4 种最大余震震级估算方法组合, 即 GFT + LS、GFT + ML、MAXC + LS 和 MAXC + ML。

为评价最大余震震级估算效果以及对比各种组合方法的结果, 本文使用误差均值 $\Delta \bar{M}_E$ 和误差变异系数 C_M 。首先计算出主震后不同时刻最大余震震级估算的误差 ΔM_E , 然后分别计算出不同主震后同一时刻 $\Delta \bar{M}_E$ 和 C_M , 其中 $\Delta \bar{M}$ 越小, 表示 M_{ILA} 和 M_{RLA} 越接近, 估算结果越准确; C_M 则用于比较不同组合方法误差的离散程度 (贾俊平等, 2018), C_M 越小则表明误差值越集中, 说明估算方法对于不同序列更为稳定, 更适合估算不同地震序列的最大余震震级。 $\Delta \bar{M}_E$ 和 C_M 的计算公式分别为:

$$\Delta \bar{M}_E = \frac{\sum |\Delta M_E|}{n_{seq}} = \frac{\sum |M_{ILA} - M_{RLA}|}{n_{seq}} \quad (10)$$

$$C_M = \frac{S}{\Delta \bar{M}}$$

式中: n_{seq} 为地震序列总个数; S 为误差的标准差。

2 数据和结果

南北地震带是一条由不同方向、不同性质断裂和褶皱构成的近南北向的复杂构造带和地震活动带, 是中国大陆地震活动最为强烈的地区之一。依据地质构造特征和地震活动的空间分布特征, 可以给出南北地震带不同的空间范围定义。为收集足够的地震序列数据, 同时也为大震活跃区地震序列最大余震的评估提供可行的手段, 本文采

用以中国大陆强震的空间分布特征定义的南北地震带范围（邵志刚，张浪平，2013），即（ $21^{\circ} \sim 45^{\circ}\text{N}$ ， $95^{\circ} \sim 110^{\circ}\text{E}$ ）。在该研究范围内，2000—2020 年中国地震台网目录中共记录到 6 级及以上地震 35 次，其中 $M_s 6.0 \sim 6.9$ 地震 31 次， $M_s \geq 7.0$ 地震 4 次，去掉余震后共有 25 个 $M_s \geq 6.0$ 地震（表 1、图 1）。由于 2000 年 1 月 15 日姚安 6.5 级、2000 年 9 月 12 日兴海 6.6 级、2001 年 10 月 27 日永胜 6.0 级以及 2008 年 11 月 10 日海西 6.3 级地震序列的现有目录存在记录时间较短、地震个数较少或缺失小震的情况，无法进行推定最大余震震级的计算，因此仅对其余 21 个地震序列进行研究。

蒋海昆等（2007）指出绝大多数 5.0 级以上

地震序列的最大余震发生在震后 1a 内，其中 93% 的最大余震发生在震后 90 d 内。在日常震后趋势研判中，我们更关注震后 90 d 内的最大余震震级。因此针对南北地震带 21 个 $M_s \geq 6.0$ 地震序列，本文分别使用 4 种 M_c 和 b 值的方法组合，分别估算主震后 1、3、5、7、15、30、90 d 时的最大余震震级，然后与震后 90 d 内实际发生的最大余震震级进行对比。

图 2 为使用 4 种组合方法计算出的 21 个地震序列发生后不同时刻推定的最大余震震级所对应的 $\Delta \bar{M}_E$ 和 C_M 。从整体上看， $\Delta \bar{M}_E$ 主要在 0.5 ~ 1。在主震发生后早期， $\Delta \bar{M}_E$ 变化较大且值也较大；随着时间推移，余震逐渐增多且余震发生率逐渐衰减， $\Delta \bar{M}_E$ 逐渐减小并趋于稳定，接近于 0.5，

表 1 2000—2020 年南北地震带 $M_s \geq 6.0$ 主震基本信息

Tab. 1 Mainshocks with $M_s \geq 6.0$ in the North-South Seismic Belt from 2000 to 2020

序号	发震时间		地名	M_s	震中位置		震源深度/ km
					$\varphi_N/(^{\circ})$	$\lambda_E/(^{\circ})$	
1	2000-01-15	07:37:05	云南姚安	6.5	25.50	101.10	30
2	2000-09-12	08:27:54	青海兴海	6.6	35.30	99.30	12
3	2001-02-23	08:09:19	四川雅江	6.0	29.40	101.10	6
4	2001-10-27	13:35:40	云南永胜	6.0	26.20	100.60	15
5	2003-04-17	08:48:33	青海德令哈	6.6	37.50	96.80	15
6	2003-07-21	23:16:30	云南大姚	6.2	26.00	101.20	6
7	2003-10-25	20:41:36	甘肃山丹	6.1	38.40	101.20	33
8	2007-06-03	05:34:56	云南普洱	6.4	23.00	101.10	6
9	2008-05-12	14:28:04	四川汶川	8.0	30.95	103.40	14
10	2008-08-30	16:30:50	四川攀枝花	6.1	26.20	101.90	10
11	2008-11-10	09:22:05	青海海西	6.3	37.60	95.90	7
12	2009-07-09	08:29:00	云南姚安	6.0	25.60	101.10	7
13	2009-08-28	09:52:00	青海海西	6.4	37.60	95.80	7
14	2010-04-14	07:49:40	青海玉树	7.1	33.20	96.60	14
15	2013-04-20	08:02:46	四川芦山	7.0	30.30	103.00	13
16	2013-07-22	07:45:55	甘肃岷县—漳县	6.6	34.50	104.20	20
17	2013-08-12	05:23:39	西藏左贡	6.1	30.10	98.00	10
18	2014-05-30	09:20:12	云南盈江	6.1	25.00	97.80	12
19	2014-08-03	16:30:10	云南鲁甸	6.5	27.10	103.30	12
20	2014-10-07	21:49:39	云南景谷	6.6	23.40	100.50	5
21	2014-11-22	16:55:25	四川康定	6.3	30.30	101.70	18
22	2016-01-21	01:13:13	青海门源	6.4	37.70	101.60	10
23	2017-08-08	21:19:46	四川九寨沟	7.0	33.20	103.82	20
24	2017-11-18	06:34:19	西藏米林	6.9	29.75	95.02	10
25	2019-06-17	22:55:43	四川长宁	6.0	28.34	104.90	16

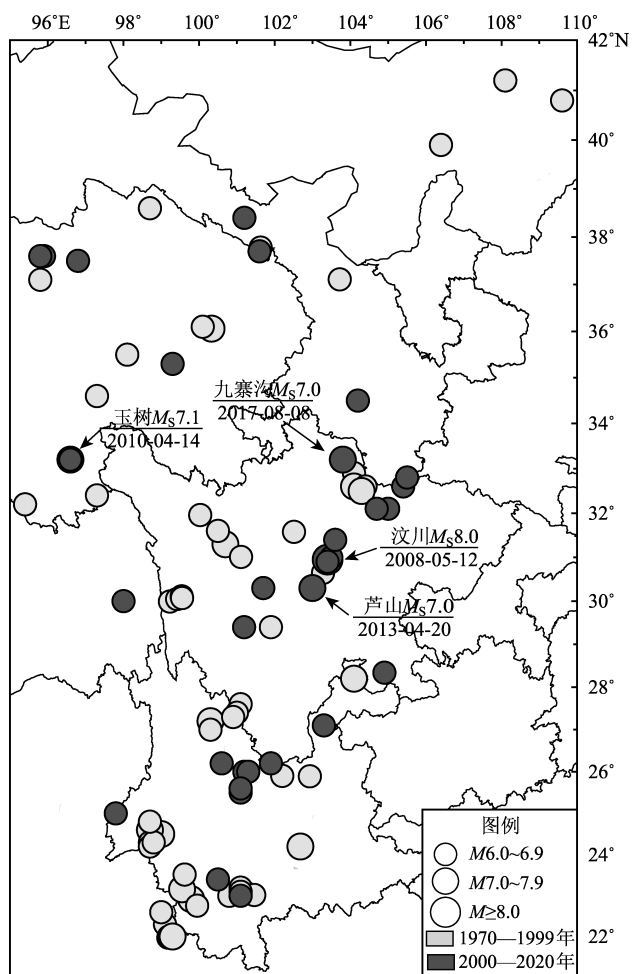


图1 南北地震带 $M_s \geq 6.0$ 地震震中分布
Fig. 1 Locations of $M_s \geq 6.0$ earthquakes in the North-South Seismic Belt

显示推定最大余震震级方法可以给出合理的最大余震震级估算值。表2中不同震级档主震序列的计算结果显示,使用推定最大余震震级方法给出的估计值与使用的余震目录时长没有明显的比例关系,显示出余震序列演化的复杂性。

M_c 计算方法的选择对震后15 d内最大余震震级有一定的影响,对震后15~90 d结果的影响较小,选择GFT方法计算 M_c 时,估算结果相对更准确和稳定。具体而言,当 b 值估算方法为LS时,使用MAXC方法计算得出的 $\Delta \bar{M}_E$ 值明显大于使用GFT方法得出的 $\Delta \bar{M}_E$ 值(图2a);同时也出现了如2014年景谷 $M_s 6.6$ 地震震后1 d $\Delta \bar{M}_E$ 显著超过0.5,甚至达到2.0的现象(表2),表现出较差的估算效果;MAXC + LS组合方法的 C_M 也相对较大,显示出更低的方法稳定性(图2b)。当 b 值估

算方法为ML时,虽然震后15 d内使用不同 M_c 计算方法得到的最大余震震级存在一定差异,但差异较小,震后15 d得到的 $\Delta \bar{M}_E$ 基本一致, C_M 曲线也基本一致,这表明选择ML估算 b 值时, M_c 计算方法的选择对最大余震震级估算值影响较小。

对于 b 值计算方法的影响,图2显示在震后30 d内ML方法对应的 $\Delta \bar{M}_E$ 值明显小于LS方法,更接近0.5,在震后30 d后二者相差较小。震后30 d内,当 M_c 计算方法为GFT时,选择LS方法时 C_M 相对较小,但差异不大,在0.1左右;而 M_c 计算方法为MAXC时,选择LS时 C_M 较大,明显大于ML的对应值。总体上,除MAXC + LS组合方法得出的 C_M 在震后30 d内相对较大,其他3种组合方法得出的 C_M 相差较小,表明稳定性基本一致。综合分析,可以得出选择GFT + ML方法时, $\Delta \bar{M}_E$ 值更小,相应最大余震震级的估算结果更为准确,同时该方法与其他组合方法的稳定性相当。

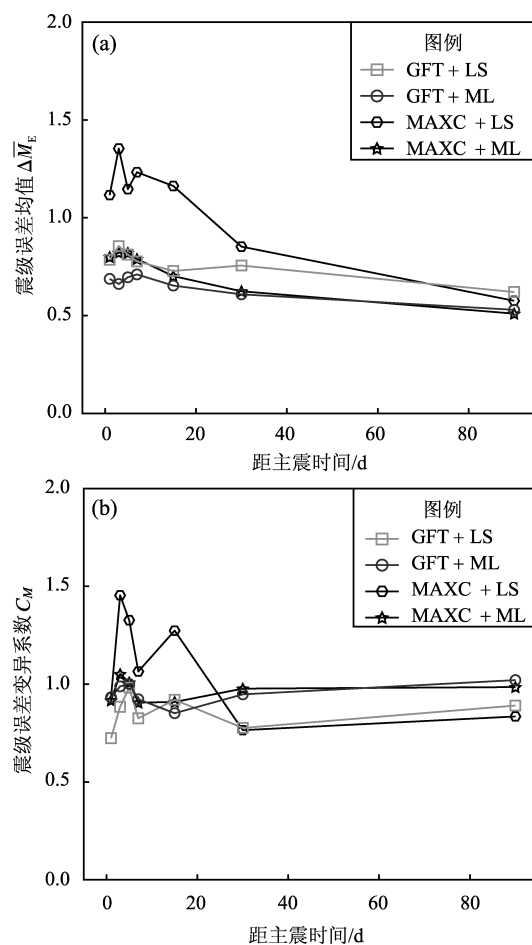


图2 4种组合方法得出的 $\Delta \bar{M}_E$ (a) 和 C_M (b)
Fig. 2 $\Delta \bar{M}_E$ (a) and C_M (b) curves resulted from 4 combinations

表 2 4 种组合方法得出的 $M_s \geq 6.0$ 地震序列的 M_c 和 M_{ILA}
Tab. 2 M_c and M_{ILA} for $M_s \geq 6.0$ earthquake sequences by using 4 combinations

序号	主震	方法组合	实测最大余震 震级 (M_L)	震后不同时刻外推最大余震震级 (M_L)						
				1 d	3 d	5 d	7 d	15 d	30 d	90 d
1	2008-05-12 四川汶川 $M_s 8.0$	MAXC + LS	6.4	6.7	6.9	6.8	6.9	6.8	6.9	7.0
		MAXC + ML		6.5	6.4	6.5	6.6	6.7	6.8	7.0
		GFT + LS		6.8	6.8	6.9	6.9	6.9	7.0	7.1
		GFT + ML		6.5	6.8	6.7	6.9	7.0	6.7	6.8
2	2010-04-14 青海玉树 $M_s 7.1$	MAXC + LS	6.6	5.3	5.0	5.1	5.1	5.3	5.3	6.5
		MAXC + ML		5.2	5.0	5.1	5.1	5.0	5.0	5.9
		GFT + LS		5.5	5.0	5.1	5.1	5.4	5.5	6.5
		GFT + ML		5.2	5.3	5.3	5.3	5.3	5.2	6.0
3	2014-10-07 云南景谷 $M_s 6.6$	MAXC + LS	6.2	8.3	6.1	5.8	5.8	5.7	5.7	6.2
		MAXC + ML		6.3	6.0	6.0	5.6	6.0	6.0	6.4
		GFT + LS		6.3	6.1	6.1	6.3	6.2	6.2	6.6
		GFT + ML		5.3	6.1	6.0	5.7	6.1	6.1	6.7
4	2017-08-08 四川九寨沟 $M_s 7.0$	MAXC + LS	5.3	6.7	6.3	5.9	5.7	5.5	5.6	5.6
		MAXC + ML		5.7	5.8	5.7	5.7	5.6	5.2	5.3
		GFT + LS		5.7	6.1	5.9	6.0	5.8	5.8	5.8
		GFT + ML		5.5	5.5	5.9	5.6	5.7	5.7	5.6
5	2019-06-17 四川长宁 $M_s 6.0$	MAXC + LS	5.8	6.0	6.0	6.2	6.1	6.0	5.8	5.8
		MAXC + ML		5.8	5.9	6.1	6.2	6.0	6.0	6.2
		GFT + LS		6.3	6.6	6.5	6.7	6.8	6.7	6.6
		GFT + ML		6.0	6.0	6.1	6.5	6.3	6.3	6.3

表 3 进一步给出了使用 GFT + ML 组合方法得出的 21 个 $M_s \geq 6.0$ 地震序列在震后不同时刻的 M_c 和最大余震震级 M_{ILA} 的估计值。2013 年芦山 $M_s 7.0$ 、2019 年长宁 $M_s 6.0$ 等 13 个地震序列的 M_c 随时间增加而逐步减小（表 3 中加粗的数字），符合通常的预期，而其他序列的 M_c 则随时间增加基本不变或者呈现小幅波动变化。2010—2020 年多数 $M_s \geq 6.0$ 地震序列 $M_c < M_L 2.0$ ，这可能是由于南北地震带台网的升级和布设使得 M_c 出现了整体的下降。震后不同时刻的 M_{ILA} 整体上与余震数据时间长度不存在明显的比例关系。如果定义误差绝对值 $|\Delta M_E| \leq 0.5$ 为方法估计结果正确，则有约 71.4%（15/21）的地震序列可以在震后 90 d 时获得正确的估计结果，同时有 57%（12/21）的地震序列可以在震后 1 d 内给出正确的估计值，以上表明用 GFT + ML 组合估算最大余震震级有较好的正确率，利用震后短期的数据进行最大余震震级的估计，也具有一定的正确率。

3 讨论

为进一步说明 ΔM_E 随时间变化的可能原因、LS 改进方法的效果以及导致 LS 和 ML 方法计算 $\overline{\Delta M_E}$ 值存在差异的可能原因，本文以 2014 年云南景谷 $M_s 6.6$ 和 2001 年四川雅江 $M_s 6.0$ 地震序列为例，绘制出相应的 G-R 定律拟合结果。随着时间增大，整体上最大余震震级估计值和实际值的误差 ΔM_E 在逐步减小，同时震后短期内 ΔM_E 值相对较大，这可能是由于余震不足引起的。以 2014 年景谷 6.6 级地震为例， ΔM_E 的绝对值在震后 1 d 为 0.9，而在震后 90 d 则降低为 0.4（表 3 和图 3）。从景谷 $M_s 6.6$ 地震后 1 d 的余震数据可以看出，非累积频度-震级分布斜率与拟合的 G-R 定律不一致，不符合以往的研究认识，即非累积频度-震级分布也服从 G-R 定律，且相应的 b 值与累积频度-震级分布给出的

表3 使用 GFT + ML 得出的 21 个 $M_S \geq 6.0$ 地震序列的 M_C 和 M_{ILA}
 Tab. 3 Results of M_C and M_{ILA} for 21 $M_S \geq 6.0$ earthquake sequences by using GFT and ML

序号	主震	实测最大 余震震级 (M_L)	震后不同时间最小完备性震级 (M_L)							震后不同时刻外推最大余震震级 (M_L)						
			1 d	3 d	5 d	7 d	15 d	30 d	90 d	1 d	3 d	5 d	7 d	15 d	30 d	90 d
1	2001-02-23 四川雅江 $M_S 6.0$	4.5	1.5±0.1	1.6±0.1	1.5±0.1	1.5±0.1	1.5±0.1	1.6±0.1	1.6±0.2	3.6	3.8	3.6	3.6	3.9	4.2	4.4
2	2003-04-17 青海德令哈 $M_S 6.6$	5.3	2.6±0.2	2.7±0.3	2.8±0.4	2.8±0.3	2.8±0.3	2.7±0.3	2.6±0.3	4.8	5.0	5.2	5.2	5.2	5.4	5.3
3	2003-07-21 云南大姚 $M_S 6.2$	6.2	2.6±0.2	2.6±0.2	2.6±0.2	2.6±0.2	2.6±0.2	2.6±0.2	2.6±0.2	4.1	4.5	4.6	4.5	4.8	4.8	4.9
4	2003-10-25 甘肃山丹 $M_S 6.1$	6.0	1.5±0.2	1.5±0.1	1.5±0.1	1.5±0.1	1.5±0.1	1.5±0.1	1.5±0.1	5.8	5.7	5.6	5.6	5.5	5.4	5.4
5	2007-06-03 云南普洱 $M_S 6.4$	5.1	2.4±0.2	2.1±0.2	2.2±0.2	2.1±0.2	2.1±0.2	2.1±0.2	2.2±0.2	4.5	4.9	5.0	5.0	5.0	5.1	5.1
6	2008-05-12 四川汶川 $M_S 8.0$	6.4	4.2±0.3	4.2±0.3	4.1±0.2	4.1±0.2	4.1±0.1	4.0±0.1	4.0±0.1	6.5	6.8	6.7	6.9	7.0	6.7	6.8
7	2008-08-30 四川攀枝花 $M_S 6.1$	5.9	1.9±0.3	1.7±0.2	1.7±0.2	1.8±0.3	1.9±0.3	2.0±0.3	1.6±0.2	4.5	5.2	5.2	5.4	5.5	5.5	5.6
8	2009-07-09 云南姚安 $M_S 6.0$	5.5	1.6±0.3	1.3±0.2	1.2±0.2	1.2±0.2	1.2±0.2	1.2±0.2	1.2±0.2	5.3	5.0	5.1	5.2	5.2	5.3	5.4
9	2009-08-28 青海海西 $M_S 6.4$	6.2	2.5±0.4	2.2±0.3	2.3±0.3	2.3±0.3	2.3±0.2	2.3±0.2	2.2±0.2	6.2	6.0	6.3	6.3	6.6	6.7	6.5
10	2010-04-14 青海玉树 $M_S 7.1$	6.6	1.0±0.1	1.1±0.1	1.1±0.1	1.1±0.1	1.1±0.1	1.1±0.1	1.3±0.2	5.2	5.3	5.3	5.3	5.3	5.2	6.0
11	2013-04-20 四川芦山 $M_S 7.0$	5.7	2.7±0.2	1.9±0.3	1.1±0.5	1.1±0.4	0.8±0.0	0.8±0.1	0.8±0.1	6.7	7.4	8.2	8.1	7.6	7.6	7.2
12	2013-07-22 甘肃岷县—漳县 $M_S 6.6$	5.9	1.0±0.2	1.0±0.2	0.9±0.2	0.9±0.1	0.8±0.1	0.9±0.1	0.9±0.2	5.4	5.6	5.3	5.7	5.3	5.6	5.7
13	2013-08-12 西藏左贡 $M_S 6.1$	5.5	2.4±0.3	2.3±0.3	2.2±0.3	2.2±0.3	2.2±0.3	2.3±0.3	2.2±0.3	5.1	5.2	5.1	5.0	5.0	5.2	5.2
14	2014-05-30 云南盈江 $M_S 6.1$	5.0	2.2±0.2	2.2±0.2	2.1±0.2	2.1±0.2	1.9±0.2	1.8±0.1	1.8±0.1	5.3	5.2	5.0	5.4	5.5	5.6	5.8
15	2014-08-03 云南鲁甸 $M_S 6.5$	4.8	1.9±0.3	1.7±0.2	1.7±0.2	1.7±0.2	1.7±0.2	1.7±0.2	1.7±0.1	4.8	5.0	5.0	5.3	5.0	5.0	5.1
16	2014-10-07 云南景谷 $M_S 6.6$	6.2	1.6±0.2	0.8±0.5	0.5±0.1	0.4±0.1	0.4±0.0	0.4±0.0	0.5±0.1	5.3	6.1	6.0	5.7	6.1	6.1	6.6
17	2014-11-22 四川康定 $M_S 6.3$	6.2	1.3±0.2	1.1±0.1	1.0±0.1	1.0±0.2	1.1±0.1	1.1±0.1	1.1±0.1	3.9	3.7	3.8	4.0	4.1	4.1	4.0
18	2016-01-21 青海门源 $M_S 6.4$	4.1	1.0±0.4	1.0±0.3	1.0±0.3	1.0±0.3	1.1±0.3	1.2±0.3	1.2±0.4	4.8	5.1	5.0	4.8	4.9	4.8	4.5
19	2017-08-08 四川九寨沟 $M_S 7.0$	5.3	1.6±0.4	1.4±0.3	1.3±0.2	1.2±0.1	1.2±0.0	1.2±0.0	1.2±0.0	5.5	5.5	5.9	5.6	5.7	5.7	5.6
20	2017-11-18 西藏米林 $M_S 6.9$	5.6	2.3±0.2	2.2±0.2	2.2±0.2	2.3±0.2	2.3±0.2	2.3±0.2	2.3±0.2	5.0	4.8	4.9	5.1	5.2	5.1	5.3
21	2019-06-17 四川长宁 $M_S 6.0$	5.8	1.3±0.2	1.0±0.2	0.9±0.1	0.9±0.1	0.8±0.0	0.8±0.0	0.8±0.0	6.0	6.0	6.1	6.5	6.3	6.3	6.3

拟合值一致 (Okal, Romanowicz, 1994), 这表明已发生的余震个数可能不足, 需要随时间推移发生更多的余震以调整非累积频度-震级分布, 使得最大余震震级估计值更准确。景谷地震后 90 d 时, 随着余震的不断发生, 实测非累积频度-震级分布曲线与累积频度-震级分布曲线以及拟合出的 G-R 定律基本平行, 表明此时非累积频度-震级分布已符合 G-R 定律, 同时相应的误差 ΔM_E 值也最小, 符合之前的推测。其他地震序列的计算结果也有相似的情况。

在使用 LS 方法计算 b 值时, 较大震级地震

的权重较大 (吴果, 2018), 因此在计算时, 若不限余震数据的震级上限, 则相应的 G-R 定律拟合曲线会存在偏离实测累积频度-震级分布的情况。如利用 LS 方法对雅江 $M_s 6.0$ 地震后 1 d 的余震数据进行拟合时, 如不限余震震级上限, G-R 定律拟合曲线存在明显的偏离 (图 4a), 此时 b 值以及外推最大余震震级均不可信。而按照本文 LS 方法的计算方法, 即自动选取拟合 G-R 定律和实测累积频度-震级分布误差最小时的震级上限, 则可以一定程度上避免拟合曲线偏离的问题, 提高拟合结果的可靠性 (图 4b)。

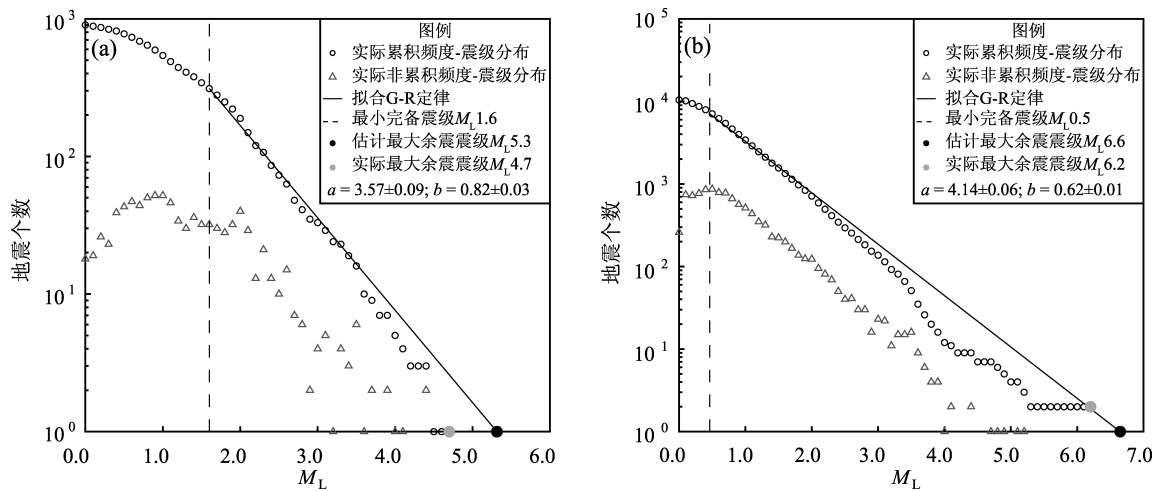


图3 使用 GFT + ML 组合方法计算景谷 $M_s 6.6$ 地震后 1 d (a) 和 90 d (b) 余震序列的 G-R 定律拟合结果

Fig. 3 Fitting results of G-R law obtained by GFT and ML 1 in day (a) and 90 days (b) after the Jinggu $M_s 6.6$ earthquake

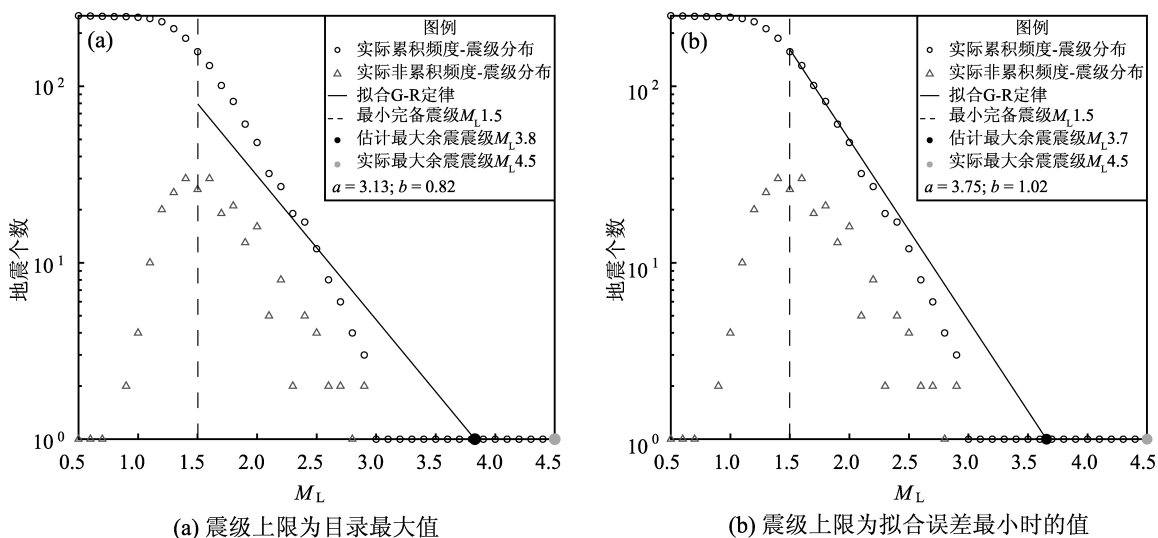


图4 采用 GFT + LS 组合方法计算雅江 $M_s 6.0$ 地震后 1 d 不同震级上限的拟合结果
Fig. 4 Fitting results of G-R law obtained by GFT and LS with different upper limits of magnitude in 1 day after the Yajiang $M_s 6.0$ earthquake

整体上使用 LS 方法进行最大余震震级估计的结果比使用 ML 时的大。以景谷地震为例,震后 1 d 使用 LS 方法计算出的最大余震震级为 $M_L 8.3$, 远大于实际最大余震震级 $M_L 6.2$ (表 2 和图 5)。对比图 5 和图 3a 可以看出, 尽管采用了寻找最小误差的方法确定震级上限, 部分改善了 LS 方法计算时较大震级地震权重较大的问题, 但当小震级地震缺失时, 仅考虑较小震级范围余震的拟合 G-R 定律会偏离考虑全部 $M \geq M_c$ 余震时拟合出的 G-R 定律。Sandri 和 Marzocchi (2007) 通过理论分析和数值计算讨论了使用 LS 方法估算的 b 值情况, 结果显示理论上 LS 方法得到的 b 值会明显低于给定值。因此为了震后快速准确地估算余震序列最大地震震级, ML 方法是更合适计算 b 值的方法。

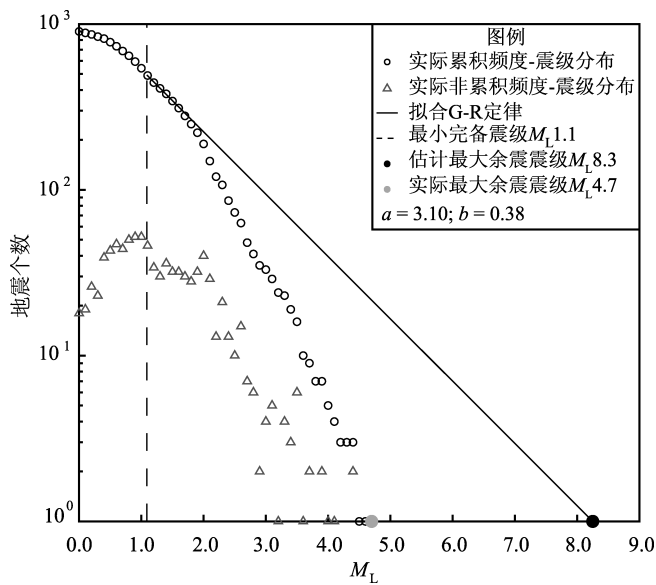


图 5 使用 MAXC + LS 组合方法得到的景谷 $M_s 6.6$ 地震后 1 d 的 G-R 定律拟合结果

Fig. 5 Fitting results of G-R law obtained by MAXC and LS combination in 1 day after the Jinggu $M_s 6.6$ earthquake

4 结论

本文以南北地震带为研究区域, 筛选出 2000—2020 年共 21 个 $M_s \geq 6.0$ 地震序列, 使用 4 种组合方法 GFT + LS、GFT + ML、MAXC + LS 和 MAXC + ML 分别进行计算, 得到震后不同时刻外

推最大余震震级, 以及该震级值对于实际最大余震震级的估算效果, 得到的主要结论如下:

(1) 外推最大余震震级与实际最大余震震级差值绝对值的均值 $\Delta \bar{M}_E$ 主要为 0.5 ~ 1.0, 且随时间推移, $\Delta \bar{M}_E$ 趋于 0.5, 显示长时间尺度下外推最大余震震级可以较准确反映实际最大余震震级。

(2) 通过分析震后不同时刻非累积频度-震级分布的特征与外推最大余震震级估计效果的关系, 发现外推最大余震震级与实际最大余震震级差值 $\Delta \bar{M}_E$ 随时间推移逐步减小, 可能是因为随时间增加余震不断发生, 使得非累积频度-震级分布由偏离 G-R 定律变得逐步符合 G-R 定律。

(3) 通过对比各组合方法所得 $\Delta \bar{M}_E$ 和 C_M 的特征以及估计震级正确的比例, 发现在实际应用外推最大余震震级法时, GFT + ML 组合估算效果最好, 具有更低的误差和较高的正确率。

参考文献:

- 贾俊平, 何晓群, 金勇进, 等. 2018. 统计学[M]. 北京: 中国人民大学出版社.
- 蒋飞蕊, 叶建庆, 杨晶琼. 2015. 云南地区中强地震余震序列部分统计特征分析[J]. 华北地震科学, 30(4): 37-44.
- 蒋海昆, 郑建常, 吴琼, 等. 2007. 中国大陆震中强以上地震余震分布尺度的统计特征[J]. 地震学报, 29(2): 151-164.
- 解孟雨, 孟令媛, 申文豪, 等. 2017. 基于 Gutenberg-Richter 定律快速估算最大余震震级: 以 2017 年九寨沟 $M_s 7.0$ 地震为例[J]. 中国地震, 33(4): 493-502.
- 刘正荣, 孔昭麟. 1986. 地震频度衰减与地震预报[J]. 地震研究, 9(1): 1-12.
- M7 专项工作组. 2012. 中国大陆大地震中-长期危险性研究[M]. 北京: 地震出版社.
- 吕晓健, 高孟潭, 陈丹. 2010. 全球大陆 7 级浅源大地震强余震震级和空间分布特征[J]. 地震, 30(3): 108-122.
- 马茹莹, 马震, 王培玲, 等. 2016. 青海及邻区地震序列 h 值震型判定与强余震预测研究[J]. 地震研究, 39(S1): 69-75.
- 邵志刚, 张浪平. 2013. 南北地震带北段近期强震趋势研究[J]. 中国地震, 29(1): 26-36.
- 苏有锦, 李中华, 赵小艳, 等. 2014. 全球 7 级以上地震序列研究[M]. 昆明: 云南大学出版社.
- 陶正如, 陶夏新. 2021. 借助汶川地震损失数据探讨自然灾害等级划分标准[J]. 灾害学, 36(4): 31-36.
- 吴果. 2018. 基于自适应空间光滑模型和三维断层模型的概率地震危险性分析方法研究[D]. 北京: 中国地震局地质研究所.
- 吴开统, 焦远碧, 王志东. 1984. 华北地区的晚期强余震特征[J]. 西北地震学报, 6(2): 3-43.
- 赵小艳, 王光明, 张潜, 等. 2021. 2021 年云南漾濞 $M_s 6.4$ 地震序列特

- 征及强余震判定[J]. 地震研究, 44(3):309–319.
- 中国地震局监测预报司. 2007. 中国大陆地震序列研究[M]. 北京: 地震出版社.
- 中国地震信息网. 2018. 地震灾害[EB/OL]. (2018–03–01)[2021–04–10]. <http://www.csi.ac.cn/publish/main/21/1106/index.html>.
- Aki K. 1965. Maximum likelihood estimate of b in the formula $\log N = a - bM$ and its confidence limits[J]. Bulletin of Earthquake Research Institute of the University of Tokyo, 43:237–238.
- Hamdache M, Pelaez J A, Kijko A, *et al.* 2017. Energetic and spatial characterization of seismicity in the Algeria – Morocco region[J]. Natural Hazards, 86(S2):73–93.
- Marzocchi W, Sandri L. 2003. A review and new insights on the estimation of the b – value and its uncertainty[J]. Annals of Geophysics, 46(6):1271–1282.
- Mignan A, Woessner J. 2012. Estimating the magnitude of completeness for earthquake catalogs[EB/OL]. (2017–03–01)[2022–04–10]. <http://www.corssa.org>.
- Okal E A, Romanowicz B A. 1994. On the variation of b – values with earthquake size[J]. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 87(1–2):55–76.
- Sandri L, Marzocchi W. 2007. A technical note on the bias in the estimation of the b – value and its uncertainty through the Least Squares technique[J]. Annals of Geophysics, 50(3):329–339.
- Shcherbakov R, Goda K, Ivanian A, *et al.* 2013. Aftershock statistics of major subduction earthquakes[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 103(6):3222–3234.
- Shcherbakov R, Turcotte D L. 2004. A modified form of Bath's law[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 94(5):1968–1975.
- Wang J H, Chen K C, Leu P L, *et al.* 2015. b – values observations in Taiwan: a review[J]. Terrestrial Atmospheric and Oceanic Sciences, 26(5):475–492.
- Wiemer S. 2001. A software package to analyze seismicity: ZMAP[J]. Seismological Research Letters, 72(3):373–382.
- Woessner J, Wiemer S. 2005. Assessing the quality of earthquake catalogues: Estimating the magnitude of completeness and its uncertainty[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 95(2):684–698.

Application of the Method of the Inferred Magnitude of the Largest Aftershock in the North – South Seismic Belt

XIE Mengyu, MENG Lingyuan

(China Earthquake Networks Center, Beijing 100045, China)

Abstract

Using the method of the inferred magnitude of the largest aftershock, and different methods of calculating the minimum magnitude of completeness (M_c) and b -value, we estimate the magnitude of the largest aftershocks of 21 $M_s \geq 6.0$ earthquake sequences in the North – South Seismic Belt from 2000 to 2020, and verify the results. We find that generally, the method of the inferred magnitude can help to accurately estimate the magnitude of the largest aftershock. The estimation error gradually decreases and tends to be unvariant along with time. When we mix the goodness of fit test (GFT) with the modified maximum curvature method (MAXC) to calculate the minimum magnitude of completeness, and use the maximum likelihood method to calculate b -value, the estimation error of the magnitude of the largest aftershock is very small and there are more correct results.

Keywords: inferred magnitude of the largest aftershock; b -vaule; the North – South Seismic Belt; aftershock sequences; the Gutenberg-Richter law