

周宇, 骆欢. 2024. 基于特征向量信息支持向量机的 RC 框架易损性曲线预测[J]. 地震研究, 47(3): 359–368, doi:10.20015/j.cnki.ISSN1000-0666.2024.0052.

Zhou Y, Luo H. 2024. Eigenvectors – informed support vector machines for fragility curve predictions of RC frames[J]. *Journal of Seismological Research*, 47(3): 359–368, doi:10.20015/j.cnki.ISSN1000-0666.2024.0052.

基于特征向量信息支持向量机的 RC 框架 易损性曲线预测*

周宇^{1,2}, 骆欢^{1,2,✉}

(1. 湖北省地质灾害防治工程技术研究中心, 湖北 宜昌 443002; 2. 三峡大学 土木与建筑学院, 湖北 宜昌 443002)

摘要: 易损性曲线将结构破坏等级与地震动强度相关联, 能够直观地反映结构破坏的概率, 但在建立易损性曲线的过程中需要大量的结构非线性时程分析结果, 因而计算效率不高。机器学习方法已被证明能较好地解决这一问题, 但当训练数据的规模较大时, 由于训练过程涉及求解大规模逆矩阵致使计算效率依然低下。为此, 本文提出了一种特征向量信息支持向量机 (EILS-SVM) 的新方法克服此类方法的不足。在大规模数据集下, EILS-SVM 能够筛选小规模子样本建立低秩核矩阵。这使得其训练过程只需求解小规模低秩核矩阵的逆矩阵, 进而极大提高计算效率。为了验证 EILS-SVM 的准确性和高效性, 基于 16500 个钢筋混凝土 (RC) 框架在地震作用下的破坏数据, 分别与支持向量机 (LS-SVM)、随机森林、神经网络、线性判别分析 (LDA)、贝叶斯作对比。结果表明, EILS-SVM 能准确预测 RC 框架的易损性曲线, 其计算效率最高能提升近 27 倍。

关键词: 钢筋混凝土框架; 易损性曲线; 特征向量; 支持向量机; 机器学习

中图分类号: TU973.2

文献标识码: A

文章编号: 1000-0666(2024)03-0359-10

doi:10.20015/j.cnki.ISSN1000-0666.2024.0052

0 引言

地震易损性分析用于预测不同地震强度下结构发生各级破坏的概率, 对结构的抗震设计、加固和维修决策具有重要的应用价值 (孙柏涛, 张桂欣, 2012)。易损性曲线描述了结构在给定地震动强度的情况下超过指定极限状态的概率, 是易损性分析中的关键内容。目前, 易损性曲线的预测方法有多种 (Lallemant *et al.*, 2015), 如云图法 (于晓辉, 吕大刚, 2016; Jalayer *et al.*, 2017; Mattei, Bedon, 2021)、增量动力分析 (Incremental Dynamic Analysis, IDA) (吕大刚等, 2011; 薛

成凤等, 2017; 路沙沙等, 2021; Pujari *et al.*, 2013; Vamvatsikos, Cornell, 2002)、多条带法 (Multiple Sequence Alignment, MSA) (程诗焱等, 2020; Fatimah, Wong, 2021; Bradley, 2010), 等等。然而, 这些方法都需要通过大量的非线性时程分析计算结构的地震响应结果, 进而判断结构在地震作用下的破坏状态, 计算成本高, 导致易损性曲线预测的计算效率不高。因此, 如何高效准确地预测结构的易损性曲线, 进而量化评估结构的抗震性能成为结构工程和地震工程领域研究的热点与难点问题。

机器学习 (Machine Learning, ML) 方法因其强大的数据拟合能力已被广泛运用到结构和地震

* 收稿日期: 2023-09-19.

基金项目: 湖北省自然科学基金面上项目 (2022CFB294); 国家自然科学基金青年科学项目 (52208485).

第一作者简介: 周宇 (1997-), 硕士研究生在读, 主要从事结构抗震与机器学习交叉研究.

E-mail: 891363206@qq.com.

✉通信作者简介: 骆欢 (1988-), 博士, 副教授, 主要从事结构抗震与机器学习交叉研究.

E-mail: hluc@ctgu.edu.cn.

工程领域,弥补了传统方法的不足。Mitropoulou 和 Papadrakakis (2011) 将人工神经网络 (Artificial Neural Network, ANN) 与增量动力分析结合提出了基于人工神经网络的易损性曲线预测方法。Kiani 等 (2019) 利用多条带法的结果发展了一种基于机器学习分类模型的易损性预测新方法,并且比较了随机森林、支持向量机、贝叶斯等 6 种分类模型的结构破坏状态预测效果。Gentile 和 Galasso (2020) 利用高斯过程回归建立了考虑建筑种类属性的易损性预测模型。研究人员利用支持向量机 (Support Vector Machine, SVM) 结合时程分析得到的结构响应数据开发了建筑易损性预测模型 (李浩瑾等, 2013; Mahmoudi, Chouinard, 2016; Sainct *et al*, 2020)。以上结果表明,基于机器学习的分析方法既能保证较高的预测性能,又能极大地提高计算效率,这是因为机器学习方法能够自适应地拟合训练数据形成预测模型,无需执行复杂的非线性有限元计算过程。通过建立的预测模型预测结构响应,本质上等同于矩阵与向量的乘积,因此计算效率高。然而,由于机器学习方法在训练过程时需要求解由训练样本所构成的系数矩阵的逆矩阵,这使得当训练样本数据的规模较大时,不仅对计算机的内存需求高,且计算效率低下 (James *et al*, 2013)。因此,在大规模训练样本下,机器学习方法就会丧失高效性。

本文将 Nystrom 近似论 (Charless *et al*, 2019) 中的特征值与特征向量理论和机器学习方法中的最小二乘支持向量机 (Least Squares Support Vector Machine, LS-SVM) (Suykens *et al*, 2000) 相结合,提出了特征向量信息支持向量机 (Eigen-vectors-Informed Support Vector Machines, EILS-SVM) 的方法,并从公开数据库 (Wang, Luo, 2023) 提取了 4 层、6 层、8 层不同规格 RC 框架结构的结构响应数据,形成了 16 500 个样本数据,将 EILS-SVM 分别与 LS-SVM 等传统机器学习模型进行对比。

1 EILS-SVM 的原理及易损性预测应用

1.1 EILS-SVM 数学模型构建

最小二乘支持向量机 (LS-SVM) (Suykens,

Vandewalle, 1999) 分类模型是一种较为常用的机器学习算法,其将支持向量机 (Support Vector Machine, SVM) (Cervantes *et al*, 2020) 中求解二次规划问题转化成了求解线性方程组问题,极大地提高了 SVM 训练过程的计算效率。其优化问题如下所示:

$$\min : J_p(\boldsymbol{\omega}, \xi) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\omega} + \gamma \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \xi_k^2 \quad (1)$$

$$s. t. : y_k [\boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_k) + b] = 1 - \xi_k, k = 1, \dots, N \quad (2)$$

式中: $\xi_k \in R$ 是定义误差变量的向量; γ 为正则化参数; $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_k) \in R^h$ 是高维输入向量,其中 $\boldsymbol{\varphi}(\cdot): R^d \rightarrow R^h$ 表示从 d 维到具有 h 维的高维度 Hilbert 空间的映射函数。其原始空间下的预测模型表达式为:

$$y(\mathbf{x}) = \text{sign}[\boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}) + b] \quad (3)$$

由于高维输入向量 $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_k)$ 未知,因此由式 (1) 和 (2) 构成的优化问题无法直接求解。为此,通过引入拉格朗日乘子 $\alpha_k \in R$,构造式 (1) 和 (2) 的拉格朗日函数,并在对偶空间里进行求解。拉格朗日函数表达式为:

$$L(\boldsymbol{\omega}, b, \xi_k, \alpha_k) = J_p(\boldsymbol{\omega}, \xi_k) - \sum_{k=1}^N \alpha_k \{y_k [\boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_k) + b] + \xi_k - 1\} \quad (4)$$

引入 KTT 条件求解方程式 (4),可得到如下方程组:

$$\begin{bmatrix} 0 & y_1 & \cdots & y_N \\ y_1 & K(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1) + \frac{1}{\lambda} & \cdots & K(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_N & K(\mathbf{x}_N, \mathbf{x}_1) & \cdots & K(\mathbf{x}_N, \mathbf{x}_N) + \frac{1}{\lambda} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: $K(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l) = \boldsymbol{\varphi}^T(\mathbf{x}_k) \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_l)$ 为核函数 (本文所采用的核函数为高斯核 (RBF) 函数),通过带入核函数便可在对偶空间中得到模型参数 α 和 b ,其在对偶空间下的预测模型表达式如下:

$$y(\mathbf{x}) = \text{sign}[\sum_{k=1}^N \alpha_k y_k K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) + b] \quad (6)$$

至此,通过对偶空间建立的预测模型便可用

于预测新样本数据所属的类别。但是，LS - SVM 在求解矩阵方程 (5) 时，涉及到求解系数矩阵的逆矩阵，其计算复杂度与训练样本的规模 N 有关，为 $O[(N+1)^3]$ 。当给定训练样本数据 $\{\mathbf{x}_k, y_k\}_{k=1}^N$ 的规模 N 较大时，求解这一大规模矩阵的逆矩阵就会变得极为耗时，造成模型训练过程的计算效率低下。因此，当训练样本的规模 N 较大时，在 LS - SVM 标准框架下通过方程 (5)，在对偶空间下求解模型参数进而构建预测模型 (6) 就会变得尤为低效。而反观原始空间下预测模型 (3)，其模型参数 ω 的维度与高维输入向量 $\varphi(\mathbf{x}_k)$ 的维度 h 有关，计算复杂度为 $O[(h+1)^3]$ 。因此，即使训练样本数据 $\{\mathbf{x}_k, y_k\}_{k=1}^N$ 的规模 N 较大，若 $\varphi(\mathbf{x}_k)$ 的维度 $h \ll N$ ，在原空间中建立预测模型将比在对偶空间下建立预测模型更为高效。这是因为，当 $h \ll N$ 时，在原始空间建立预测模型的计算复杂度要远远小于对偶空间，即 $O[(h+1)^3] \ll O[(N+1)^3]$ 。为了能在原空间建立预测模型，需要显示地构建非线性映射函数 $\varphi(\cdot)$ 的数学模型。然而，通常情况下 $\varphi(\cdot)$ 的数学模型无法显示。

为了解决这一问题，本文采用 Nystrom 方法中特征值和特征向量理论 (Girolami, 2002) 近似估计出高维输入向量 $\varphi(\mathbf{x}_k)$ ，使得可以在原空间建立预测模型 (3)，进而解决 LS - SVM 在大样本训练数据集下预测模型训练效率低下的问题。首先，将方程 (5) 中由 RBF 核函数构成的核矩阵记为 $\Omega_{(N,N)} \in R^{N \times N}$ ，其中 $\Omega_{(k,l)} = K(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l)$, $k, l = 1, \dots, N$ 。根据 Mercer 定理 (Girolami, 2002)，可得到如下表达式：

$$K(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l) = \sum_{i=1}^h \lambda_i \phi_i(\mathbf{x}_k) \phi_i(\mathbf{x}_l) \quad (7)$$

式中： λ_i 和 ϕ_i 分别是特征值和相应的特征函数。这些特征值和特征函数与如下积分方程相关联，其表达式如下：

$$\int K(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}) \phi_i(\mathbf{x}) p(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \lambda_i \phi_i(\mathbf{x}_k) \quad (8)$$

式中： $p(\mathbf{x})$ 表示大规模训练样本输入变量 \mathbf{x}_k 的概率密度函数。在给定大规模数据集 $\{\mathbf{x}_k, y_k\}_{k=1}^N$ 的条件下，假设输入样本 $\mathbf{x}_k, k = 1, \dots, N$ 之间服从独立同分布。为了近似估计特征函数的积分方程，可

从大规模训练样本数据中随机抽取 m 个子样本 $\{\mathbf{x}_i, y_i\}_{i=1}^m$ ($m \ll N$)，用子样本中的输入变量 \mathbf{x}_i 近似 $p(\mathbf{x})$ ，进而达到稀疏化的目的。基于此，式 (8) 可通过如下表达式近似：

$$\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) \phi_i(\mathbf{x}_i) \approx \lambda_i \phi_i(\mathbf{x}) \quad (9)$$

通过从大样本训练数据集中选取的 m 个子样本 $\{\mathbf{x}_i, y_i\}_{i=1}^m$ 可建立相应的核矩阵 $\Omega_{(m,m)}$ ，并对核矩阵进行特征值分解，可得到如下方程：

$$\Omega_{(m,m)} \hat{\Phi}_{(m \times m)} = \hat{\Phi}_{(m \times m)} \hat{\Lambda}_{(m \times m)} \quad (10)$$

式中： $\Omega_{(m,m)} \in R^{m \times m}$ 表示近似大规模核矩阵 $\Omega_{(N,N)}$ 的稀疏化核矩阵； $\hat{\Phi}_{(m,m)} \in R^{m \times m}$ ，表示由 $\Omega_{(m,m)}$ 的特征向量组成的矩阵； $\hat{\Lambda}_{(m \times m)} = \text{diag}([\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_m]) \in R^{m \times m}$ 表示由 $\Omega_{(m,m)}$ 的特征值组成的对角矩阵。

将式 (10) 中的矩阵进行向量分解，可得到如下表达式：

$$\lambda_i = \frac{1}{m} \hat{\lambda}_i, \hat{\phi}_i = \sqrt{m} \Phi_{ii} \quad (11)$$

将式 (11) 带到方程 (9) 中可得到第 i 个特征函数的表达式：

$$\varphi_i(\mathbf{x}) \approx \frac{\sqrt{m}}{\lambda_i} \sum_{i=1}^m K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \hat{\Phi}_{ii} \quad (12)$$

将式 (7) 与式 (12) 结合可以得到 $\varphi(\mathbf{x}_k)$ 中第 i 个元素与第 i 个特征函数之间的关系式：

$$\varphi_i(\mathbf{x}_k) = \sqrt{\hat{\lambda}_i} \phi_i(\mathbf{x}_k) = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{\hat{\lambda}_i}} \sum_{i=1}^m \hat{\Phi}_{ii} K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_k) \quad (13)$$

根据式 (13) 即可求出非线性高维向量的显性估计 $\hat{\varphi}(\mathbf{x}_k)$ ，其中 $\hat{\varphi}(\mathbf{x}_k) = [\hat{\varphi}_1(\mathbf{x}_k), \hat{\varphi}_2(\mathbf{x}_k), \dots, \hat{\varphi}_m(\mathbf{x}_k)]$ 。因此，基于估计的高维输入变量 $\hat{\varphi}(\mathbf{x}_k)$ ，可利用最小二乘法直接求解由方程 (1) 和 (2) 构成的优化问题，进而可求得原空间下预测模型 (3) 中的模型参数 ω 和 b 。其计算公式为：

$$\begin{bmatrix} \omega \\ b \end{bmatrix} = (\hat{\Phi}_e^T \hat{\Phi}_e + \frac{I_{m+1}}{\gamma})^{-1} \hat{\Phi}_e^T y \quad (14)$$

式中： I_{m+1} 为 $(m+1) \times (m+1)$ 的单位矩阵； $y = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$ ； $\hat{\Phi}_e$ 是 $N \times (m+1)$ 特征增广矩阵，

具体形式如下:

$$\hat{\Phi}_e = \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_1(\mathbf{x}_1) & \cdots & \hat{\varphi}_m(\mathbf{x}_1) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \hat{\varphi}_1(\mathbf{x}_N) & \cdots & \hat{\varphi}_m(\mathbf{x}_N) & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

由方程 (14) 可知, 本文所提出的 EILS - SVM 模型的计算复杂度与高维映射函数 $\varphi(\mathbf{x}_k)$ 的维度 m 有关, 为 $O(m^3)$ 。因为 $m \ll N$, 所以 $O(m^3) \ll O(N^3)$ 。因此, 从理论上分析, 本文提出的 EILS - SVM 模型能显著提高计算效率。此外, 由于系数矩阵 $(\hat{\Phi}_e^T \hat{\Phi}_e + \frac{I_{m+1}}{\gamma})^{-1}$ 的规模为 $(m+1)$ 且 $(m+1) \ll N$, 因此 EILS - SVM 也能显著降低对计算机内存的需求。

1.2 EILS - SVM 预测模型建立步骤

基于 EILS - SVM 的结构破坏状态预测模型的建立步骤如图 1 所示, 具体分为以下 8 个步骤:

步骤 1: 建立结构响应数据库, 获得不同地震强度和不同地震强度下结构的工程需求参数 (Engineering Demand Parameter, EDP) 所组成的样本集 $\{IM_i, EDP_i\}_{i=1}^n$ 。

步骤 2: 为样本集 $\{IM_i, EDP_i\}_{i=1}^n$ 中的每个样本点提取对应的结构设计变量和地震动参数建立样本信息数据库。

步骤 3: 基于结构的 EDP 极限状态阈值, 将样本信息数据库中的每个样本点按照 EDP 是否超过阈值分为两类, 从而构建大规模数据集 $\{\mathbf{x}_k, y_k\}_{k=1}^N$ 。其中 $\mathbf{x}_k = [x_1, x_2, \dots, x_d]$ 为结构的设计变量和地震动参数组成的向量, $y_k \in \{1, -1\}$ 为不同结构破坏状态的类别标签。

步骤 4: 将数据集划分为训练集与测试集。其中训练集中的部分数据 (支持向量) 用来训练预测模型, 测试集的数据则用来预测结构破坏状态。

步骤 5: 确定子样本规模大小 $m (m \ll N)$ 。子样本规模大小直接影响 EILS - SVM 的性能, m 过小会导致 EILS - SVM 的预测精度较低, m 过大则会增加模型的计算成本, 降低计算效率。

步骤 6: 从训练集中随机抽取 m 个样本作为支持向量用于训练 EILS - SVM 模型。

步骤 7: 按照本文提出的 EILS - SVM 理论求

解出模型参数 ω 和 b , 建立支持向量机原空间预测模型。

步骤 8: 将测试集数据输入建立好的原空间预测模型, 开展结构在不同地震动强度 IM_i 下的破坏状态的预测。

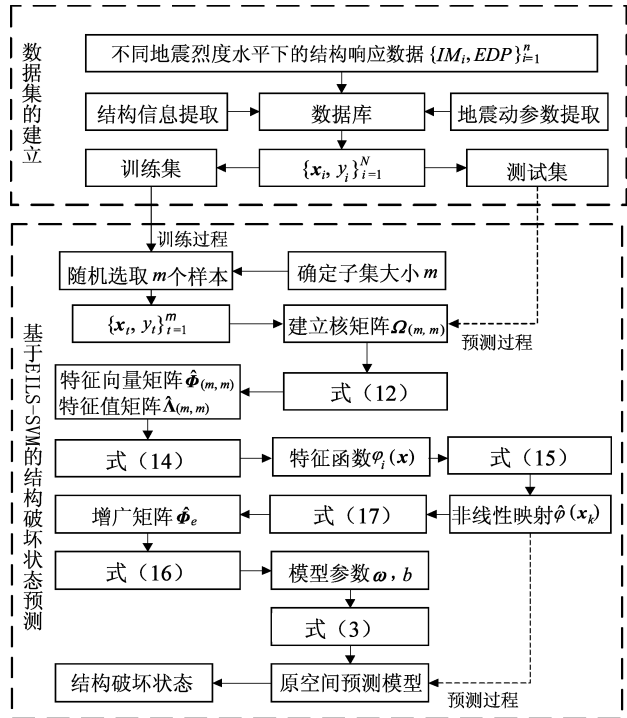


图 1 基于 EILS - SVM 的易损性曲线
预测模型建立步骤

Fig. 1 Establishment of fragility curve prediction
model based on EILS - SVM

2 大规模 RC 框架分类数据集的创建

本文采用公开数据库 (Wang, Luo, 2023) 中的数据集作为 EILS - SVM 模型的训练数据。该数据集包含广泛分布在我国各大、中、小城市的 4 层、6 层和 8 层典型 RC 框架结构, 具体数据信息可参阅 Wang 和 Luo (2023) 的文献。该数据库中的结构响应数据是通过 OpenSees (Mazzoni et al, 2006) 平台建立上述框架结构的有限元分析模型获得的。其中, 框架梁和柱采用基于力插值函数的梁柱单元来模拟, 截面混凝土采用 Concrete02 单轴材料模型, 约束混凝土采用 Mander 模型, 钢筋采用 Hysteretic 单轴材料模型。Hysteretic 单轴材料模型不但能够考虑应力和应变的捏拢效应, 还能

考虑基于能量的强度退化效应以及基于延性的刚度退化效应 (Mazzoni *et al*, 2006)。通过调整 Hysteretic 模型中控制基于能量的强度退化参数 D , 可以准确反映强震作用下由于延性 RC 框架中框架柱产生较大的侧向变形使得纵筋发生屈曲, 进而导致其出现强度退化现象。

在用于训练的样本数据集 $\{\mathbf{x}_k, y_k\}_{k=1}^N$ 中, $\mathbf{x}_k \in R^d$ 为预测模型的输入变量, 该变量由结构的设计参数以及地震动参数组成 (表 1); $y_k \in \{1, -1\}$ 为结构的破坏状态组成的输出变量, 当结构破坏状态为倒塌时, $y_k = 1$, 未倒塌时, $y_k = -1$ 。各输入变量的参数分布、输入变量与输出变量间的相关系数均在表 1 中列出。由表 1 可知, 单一输入变量与输出变量之间的相关性不大, 说明二变量之间的线性关系不成立, 而利用机器学习方法建立二者之间的非线性映射关系更为合理。

由于原始数据集中的输出变量为最大层间位移角 (连续型变量), 而非 RC 框架结构的破坏状

态 (离散型变量), 这使得原始数据集虽然适用于回归问题的求解, 但是无法直接用于分类问题的求解, 也就无法适用于本文的研究。为了解决这一问题, 本文根据《建筑抗震设计规范》(GB 50011—2010), 将最大层间位移角 0.02 rad 作为判定结构倒塌状态的阈值, 该规范将 0.02 rad 的位移角定义为结构生命安全极限状态和塑性极限状态的参考点, 广泛用于评估和设计类似的钢筋混凝土框架结构。考虑到规范的普遍适用性和在工程实践中的验证, 本文将原始数据按照最大层间位移角是否超过 0.02 rad 作为分类依据, 以此区分结构的倒塌和未倒塌状态, 最终形成 16 500 组适用于解决分类问题的数据集, 即 $\{\mathbf{x}_k, y_k\}_{k=1}^{16500}$ 。以六层 RC 框架为例, 图 2 展示了数据集中 RC 框架结构在不同地震动强度 (一阶自振周期对应的谱加速度 S_a) 作用下的倒塌和未倒塌两类状态的分布情况。

表 1 输入变量信息

Tab. 1 Details of the input variables

特征类型	特征名称	取值范围	相关性系数
建筑信息	层数	4 ~ 8	0.011
	强度退化参数 D	0.1 ~ 1.1	0.038
	梁宽/mm	250 ~ 300	0.054
	梁高/mm	500 ~ 600	-0.036
	首层柱截面尺寸/mm	500 ~ 600	-0.036
	标准层截面尺寸/mm	400 ~ 500	0.054
	首层柱纵筋配筋率 (%)	1.2 ~ 1.8	0.021
	标准层柱纵筋配筋率 (%)	1.5 ~ 2.4	-0.054
	首层梁纵筋配筋率 (%)	1.8 ~ 2.0	0.089
	中间层梁纵筋配筋率 (%)	1.3 ~ 1.7	0.04
	顶层梁纵筋配筋率 (%)	1.2 ~ 1.7	0.038
	一阶自振周期 T_1/s	0.82 ~ 1.12	0.042
地震动参数	PGA/g	0.09 ~ 0.7	-0.055
	$PGV/(cm \cdot s^{-1})$	3.8 ~ 64.8	0.286
	PGD/cm	0.2 ~ 47.7	0.396
	$V_{s30}/(m \cdot s^{-1})$	251.6 ~ 494.8	-0.032
	断层距/km	0.2 ~ 2.0	0.036
	5% ~ 75% 能量持时/s	0.3 ~ 82.3	0.191
	5% ~ 95% 能量持时/s	5.09 ~ 7.6	0.227
	震级 M	0.5 ~ 27.8	0.188
	S_a/g	3.2 ~ 60.1	0.544

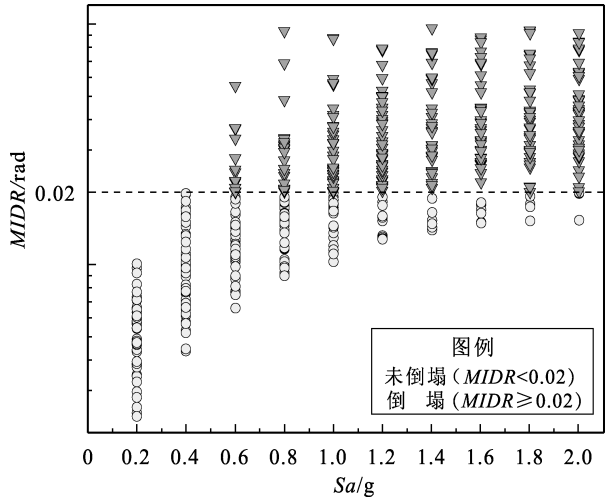


图 2 RC 框架 MSA 结构响应分布图

Fig. 2 MSA response distribution of the RC frame structure

3 EILS - SVM 模型性能分析

3.1 子样本大小对模型性能的影响分析

将数据集 $\{\mathbf{x}_k, y_k\}_{k=1}^{16500}$ 按 7:3 的比例随机划分成训练集与测试集, 最终得到 11 500 个训练集样本和 4 950 个测试集样本。LS - SVM 模型将对全部 11 500 个训练样本进行训练。分别从训练集中选取 100, 200, ..., 1 200 组子样本代替全部的 11 500

个训练样本进行训练。图 3a 给出了 EILS - SVM 模型中预测准确率与子样本规模大小的关系。由图 3a 可知,随着子样本规模的增加,EILS - SVM 预测准确率呈上升趋势,当子样本规模达到 800 时,曲线趋近平缓,当子样本规模达到 800 后,EILS - SVM 预测准确率随着子样本规模的增加提升不大。而且,图 3a 说明了本文提出的 EILS - SVM 模型在

训练集和测试集上的准确率高且差异不大,证明了本文采用的 21 个输入变量是合理的,可以使模型泛化性能好,且不会出现过拟合问题。由图 3b 可知,EILS - SVM 的计算时间随着子样本规模的增大而不断增加。因此,当子样本规模为 800 时,EILS - SVM 模型能在保证较高的预测准确率的同时确保较短的计算时间。

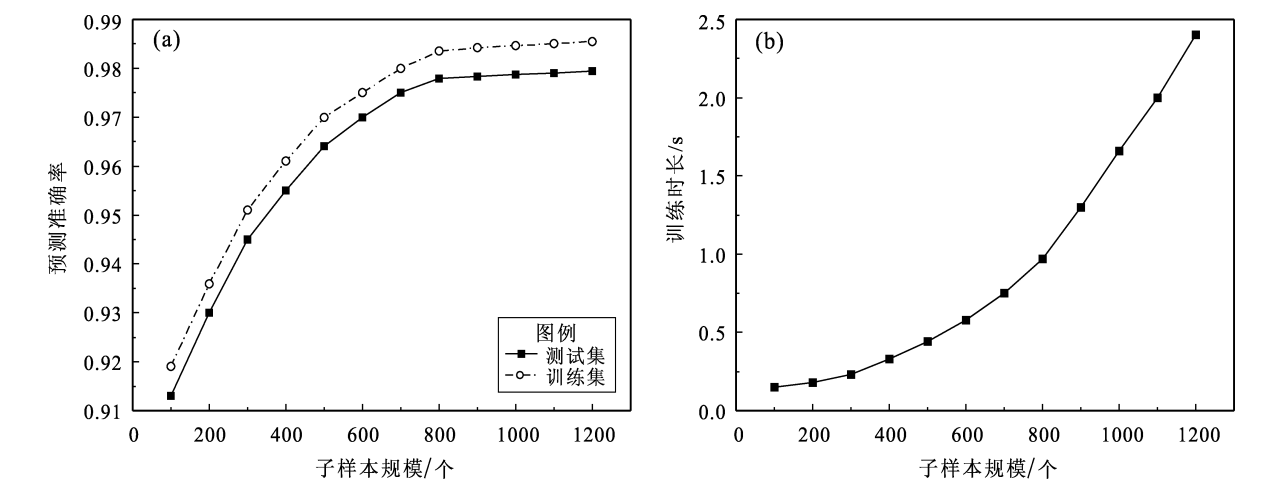


图 3 子样本规模与预测准确率 (a) 和训练时间 (b) 的关系
Fig. 3 Subsample size vs accuracy (a) and training time (b)

3.2 EILS - SVM 模型与传统机器学习模型对比

为了评估 EILS - SVM 模型的预测性能及泛化能力,笔者将其与其它 5 种传统的机器学习模型——最小二乘向量机 (LS - SVM)、随机森林、神经网络、线性判别分析 (LDA) 和贝叶斯模型进行比较。EILS - SVM 模型采用随机选取的 800 个子样本进行训练,而其它传统机器学习模型则采用全部 11 500 个样本进行训练,然后将训练后的不同的机器学习模型分别对测试集数据进行预测,以此对比不同机器学习模型的有效性和泛化能力。图 4 给出了使用 EILS - SVM 模型与使用其它 5 种模型预测得到的建筑物破坏状态的混淆矩阵。混淆矩阵是机器学习中用于评价分类精度的一种标准格式,它展示了真实分类结果与预测分类结果的关系。混淆矩阵的对角线上的元素代表了正确预测的样本数量,对角线外的元素代表了错误分类的样本数量。图中混淆矩阵右下角区域代表了预测准确率,两侧百分数区域分别代表精度与召回率。由图 4 和表 2 可知,EILS - SVM 和 LS - SVM 模型的预测准确率明显优于其它 4 种机器学习

模型。同时,尽管 EILS - SVM 使用了较少的 800 个子样本,其准确率仍与使用全部 11 500 个样本进行训练的 LS - SVM 相近,且用时仅为 LS - SVM 的 1/27,说明 EILS - SVM 在处理大规模数据集时的有效性。

表 2 EILS - SVM 模型与其它 5 种传统机器学习模型性能指标对比

模型	类别 1:未倒塌样本		类别 2:倒塌样本		准确率	计算时间/s
	召回率	精准度	召回率	精准度		
EILS – SVM	98.1%	97.9%	96.7%	97.2%	97.5%	0.25
LS – SVM	98.3%	98.5%	97.8%	97.4%	98.1%	6.84
随机森林	96.9%	96.2%	94.2%	95.3%	95.8%	3.29
神经网络	94.5%	95.1%	92.5%	91.7%	93.7%	1.32
LDA	87.8%	88.8%	83.1%	81.6%	85.9%	0.89
贝叶斯	85.2%	84.9%	76.9%	77.3%	81.9%	1.24

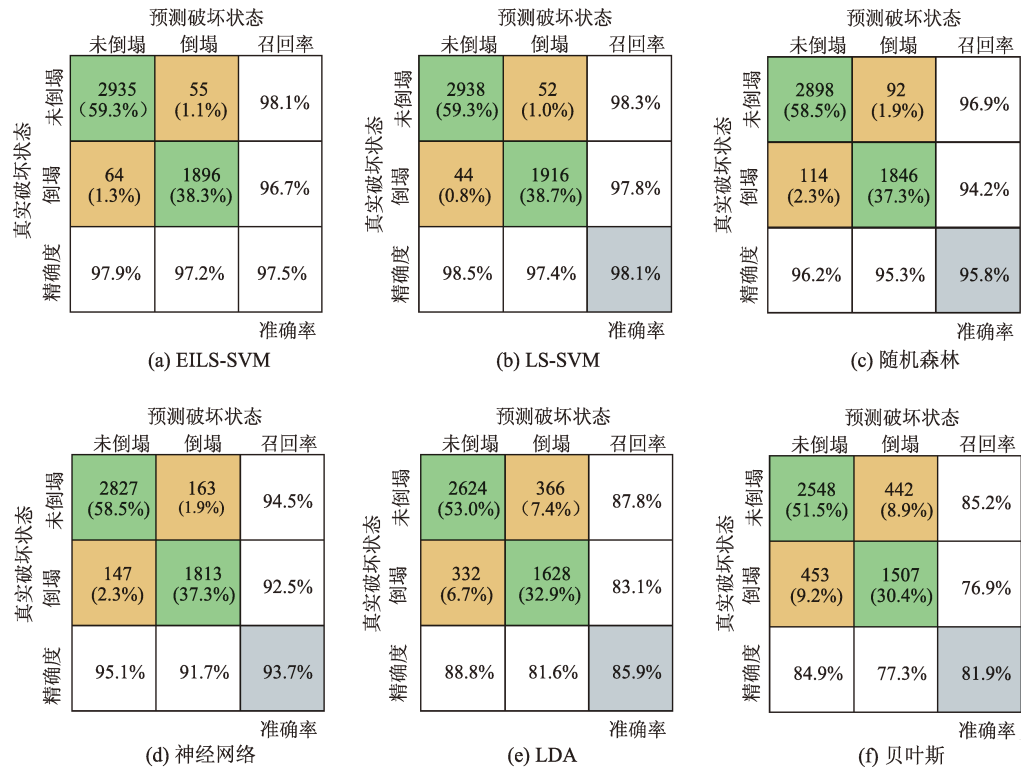


图 4 EILS - SVM 模型与其它 5 种模型预测得到的建筑物破坏状态的混淆矩阵

Fig. 4 Confusion matrixes of the predicted damage states by EILS - SVM model and other 5 models

3.3 基于 EILS - SVM 模型的易损性曲线预测

为了展示 EILS - SVM 模型预测易损性曲线的能力，将 6 层 RC 框架（基本自振周期 $T_1 = 1.07s$ ）在不同退化参数（ $D = 0.1、0.6$ 和 1.0 ）下对应的 30 条地震动记录及其调幅后共计 900 个样本作为测试集，剩余 15 600 个样本作为训练集，对比 EILS - SVM 模型和其它有限元方法生成的易损性曲线。

图 5 给出了 EILS - SVM 模型对不同强度退化参数下 6 层 RC 框架破坏状态的预测结果的混淆矩

阵。从图中可以看出 EILS - SVM 模型预测结果的正确率均达到了 97% 以上。用 MSA 方法（Baker, 2015）分别计算出 EILS - SVM 模型和有限元方法的易损性参数 θ 和 σ （表 3）。图 6 分别给出了 $D = 0.1、0.6$ 和 1.0 时，通过 EILS - SVM 模型和有限元方法得到的易损性曲线。由图 6 可看出，用 EILS - SVM 模型与用有限元方法预测的易损性曲线基本重合，表明 EILS - SVM 模型能够准确预测 RC 框架的易损性曲线。

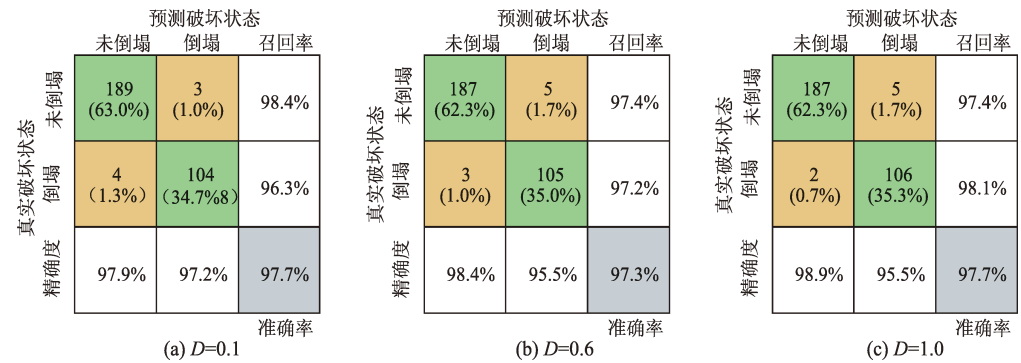


图 5 基于 EILS - SVM 的 6 层 RC 框架在不同退化参数下结构破坏状态预测结果的混淆矩阵

Fig. 5 Confusion matrix of the predicted results of the structural failure state of a six - storey RC frame based on EILS - SVM model according to different degradation parameters

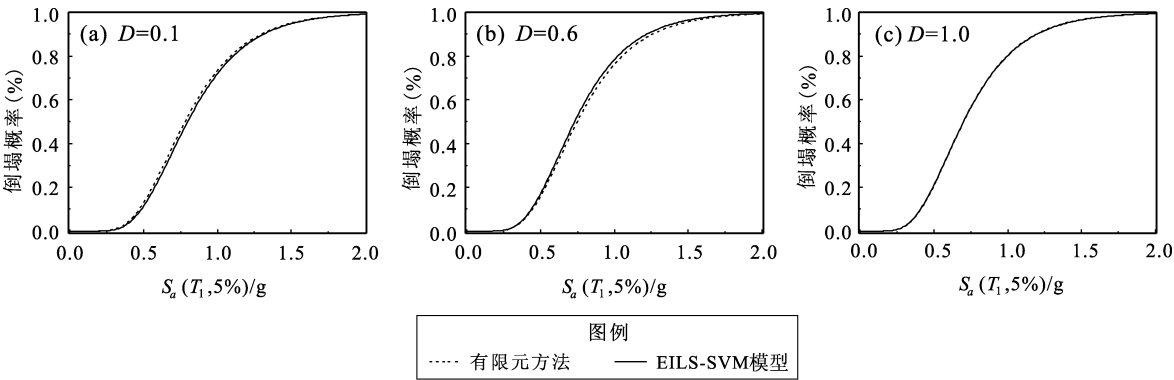


图 6 基于 EILS-SVM 的 6 层 RC 框架在不同退化参数下的易损性曲线预测结果

Fig. 6 Predicted fragility curves of a 6-storey RC frame according to different degradation parameters based on EILS-SVM model

表 3 使用 EILS-SVM 模型和有限元方法
计算得到的易损性参数 θ 和 σ

Tab. 3 Calculated fragility parameters θ and σ by
EILS-SVM model and Finite Element Method

退化参数	EILS-SVM 模型		有限元方法	
	θ	σ	θ	σ
$D=0.1$	0.396 1	0.781 2	0.389 2	0.798 4
$D=0.6$	0.405 9	0.749 1	0.400 5	0.730 6
$D=1.0$	0.415 3	0.701 7	0.419 8	0.700 5

4 结论

本文提出了特征向量信息支持向量机 (EILS-SVM) 模型,用于解决有限元方法计算结构易损性曲线时效率不高、大规模训练样本下传统的机器学习训练过程效率低下这两个问题,并以 RC 框架的破坏状态和易损性曲线预测为例,与传统机器学习分类算法进行对比,结论如下:

(1) EILS-SVM 模型的预测性能和计算效率与所选样本子集规模有关,预测性能会随着子集规模的增大而提高,但计算效率则会相应降低。

(2) 与 LS-SVM 模型相比,当子集规模为 800 时, EILS-SVM 模型的预测性能与基于 11 550 个大规模训练样本的 LS-SVM 模型的预测性能相当,且远优于随机森林、神经网络、线性判别分析 (LDA) 和贝叶斯算法。并且 EILS-SVM 模型的计算时间相较于传统机器学习模型最高减少了 27 倍,显著提高了计算效率。

(3) EILS-SVM 模型能够准确预测 RC 框架的易损性曲线,预测得到的易损性曲线与有限元方法生成的易损性曲线比较吻合。

参考文献:

程诗焱,韩建平,于晓辉,等. 2020. 基于条带-云图法的地震动持时
对结构地震易损性影响分析[J]. 地震工程与工程振动,40(5):
107-117.

Cheng S Y, Han J P, Yu X H, et al. 2020. Investigation on effect of ground
motion duration on seismic fragility of structures based on stripe-
cloud approach [J]. Earthquake Engineering and Engineering Dy-
namics,40(5):107-117. (in Chinese)

李浩瑾,李俊杰,康飞. 2013. 基于 LSSVM 的重力坝地震稳定易损性
分析[J]. 振动与冲击,32(4):146-152.

Li H J, Li J J, Kang F. 2013. Analysis of seismic stability Fragility of grav-
ity dam based on LSSVM [J]. Journal of Vibration and Shock, 32
(4):146-152. (in Chinese)

路沙沙,徐红,张亚楠,等. 2021. 基于 IDA 方法的加固震损 RC 框架
结构地震易损性分析[J]. 地震研究,44(4):673-681.

Lu S S, Xu H, Zhang Y N, et al. 2021. Seismic fragility analysis of rein-
forced RC frame structure with seismic damage based on incremental
dynamic analysis [J]. Journal of Seismological Research, 44(4):673
-681. (in Chinese)

吕大刚,于晓辉,陈志恒. 2011. 钢筋混凝土框架结构侧向倒塌地震
易损性分析[J]. 哈尔滨工业大学学报,43(6):1-5.

Lyu D G, Yu X H, Cheng Z H. 2011. Lateral seismic collapse fragility a-
nalysis of RC frame structures [J]. Journal of Harbin Institute of
Technology, 43(6):1-5. (in Chinese)

孙柏涛,张桂欣. 2012. 汶川 8.0 级地震中各类建筑结构地震易损性
统计分析[J]. 土木工程学报,45(5):26-30.

Sun B T, Zhang G X. 2012. Statistical analysis of seismic vulnerability of
various building structures in Wenchuan M8.0 earthquake [J]. Chi-
na Civil Engineering Journal, 45(5):26-30. (in Chinese)

薛成凤,刘来君,武芳文. 2017. 大跨度混凝土梁斜拉桥横向地震作

- 用易损性分析[J]. 地震研究, 40(1): 65–69.
- Xue C F, Liu L J, Wu F W. 2017. Fragility analysis of long – span concrete cable – stayed bridge under lateral seismic loads[J]. Journal of Seismological Research, 40(1): 65–69. (in Chinese)
- 于晓辉, 吕大刚. 2016. 基于云图 – 条带法的概率地震需求分析与地震易损性分析[J]. 工程力学, 33(6): 68–76.
- Yu X H, Lyu D G. 2016. Probabilistic seismic demand analysis and seismic fragility analysis based on a cloud – stripe method[J]. Engineering Mechanics, 33(6): 68–76. (in Chinese)
- GB 50011—2010. 建筑抗震设计规范[S].
- GB 50011—2010. Seismic design of buildings[S]. (in Chinese)
- Baker J W. 2015. Efficient analytical fragility function fitting using dynamic structural analysis [J]. Earthquake Spectra, 31(1): 579–599.
- Bradley B A. 2010. A generalized conditional intensity measure approach and holistic ground – motion selection [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 39(12): 1321–1342.
- Cervantes J, Garcia – Lamont F, Rodríguez – Mazahua L, *et al.* 2020. A comprehensive survey on support vector machine classification: Applications, challenges and trends [J]. Neurocomputing, 408: 189–215.
- Charless F, Serge B, Fan C, *et al.* 2019. Spectral grouping using the Nystrom method [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 26(2): 214–225.
- Fatimah S, Wong J. 2021. Sensitivity of the fragility curve on type of analysis methods, applied ground motions and their selection techniques [J]. International Journal of Steel Structures, 21(4): 1292–1304.
- Gentile R, Galasso C. 2020. Gaussian process regression for seismic fragility assessment of building portfolios [J]. Structural Safety, 87: 101980.
- Girolami M. 2002. Mercer kernel – based clustering in feature space[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 13(3): 780–784.
- Jalayer F, Ebrahimian H, Miano A, *et al.* 2017. Analytical fragility assessment using unscaled ground motion records[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 46(15): 2639–2663.
- James G, Witten D, Hastie T, *et al.* 2013. An introduction to statistical learning; with applications in R[M]. Berlin; Springer Group.
- Kiani J, Camp C, Pezeshk S. 2019. On the application of machine learning techniques to derive seismic fragility curves[J]. Computers & Structures, 218: 108–122.
- Lallemant D, Kiremidjian A, Burton H. 2015. Statistical procedures for developing earthquake damage fragility curves [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 44(9): 1373–1389.
- Mahmoudi S N, Chouinard L. 2016. Seismic fragility assessment of highway bridges using support vector machines [J]. Bulletin of Earthquake Engineering, 14(6): 1571–1587.
- Mattei S, Bedon C. 2021. Analytical Fragility Curves for Seismic Design of Glass Systems Based on Cloud Analysis [J]. Symmetry, 13(8): 1541.
- Mazzoni S, McKenna F, Scott M H, *et al.* 2006. Open system for earthquake engineering simulation user command language manual [M/OL]. University of California, Berkeley. (2023 – 07 – 19) [2023 – 08 – 20]. <http://opensees.berkeley.edu>.
- Mitropoulou C C, Papadrakakis M. 2011. Developing fragility curves based on neural network IDA predictions [J]. Engineering Structures, 33(12): 3409–3421.
- Pujari N N, Mandal T K, Ghosh S, *et al.* 2013. Optimization of IDA – based fragility curves [C]//safety, reliability, risk and life – cycle performance of structures and infrastructures, proceedings of the 11th international conference on structural safety and reliability, New York, USA: 16–20.
- Saint R, Feau C, Martinez J M, *et al.* 2020. Efficient methodology for seismic fragility curves estimation by active learning on Support Vector Machines[J]. Structural Safety, 86: 101972.
- Suykens J A K, Lukas L, Vandewalle J. 2000. Sparse approximation using least squares support vector machines [C]// IEEE, 2000 IEEE international symposium on circuits and systems (ISCAS), 2: 757–760.
- Suykens J A K, Vandewalle J. 1999. Least squares support vector machine classifiers [J]. Neural processing letters, 9(3): 293–300.
- Vamvatsikos D, Cornell C A. 2002. Incremental dynamic analysis [J]. earthquake engineering and structural dynamics, 31(3): 491–514.
- Wang W K, Luo H. 2023. A dataset of reinforced concrete frame response under ground motions based on OpenSees simulations [DB/OL]. Harvard Dataverse. (2023 – 10 – 10) [2023 – 10 – 15]. <https://doi.org/10.7910/DVN/HDBJOE>.

Eigenvectors – informed Support Vector Machines for Fragility Curve Predictions of RC Frames

ZHOU Yu^{1,2}, LUO Huan^{1,2}

(1. *Hubei Geological Disaster Prevention and Control Engineering Technology Research Center, Yichang 443002, Hubei, China*)

(2. *College of Civil Engineering & Architecture, China Three Gorges University, Yichang 443002, Hubei, China*)

Abstract

Fragility curves establish a correlation between structural damage levels and seismic intensity, offering an intuitive depiction of the probability of structural failure. However, the generation of these curves necessitates a substantial amount of structural nonlinear time-history analysis results, thereby rendering the computational process inefficient. Machine learning techniques have been proven to effectively address this issue, yet their efficacy diminishes with the increase in the scale of training data due to the computational demands of solving large-scale inverse matrices during the training phase. In response, this paper proposes a novel methodology, the Eigenvector Information-supported Support Vector Machine (EILS-SVM), which surmounts the limitations associated with these techniques. By employing a selective subsample to construct a low-rank kernel matrix in the context of large-scale datasets, the EILS-SVM method requires only the inversion of small-scale, low-rank matrices, significantly enhancing computational efficiency. To validate the accuracy and efficiency of the EILS-SVM, it is benchmarked against conventional models such as the Least Squares Support Vector Machine (LS-SVM), Random Forest, Neural Networks, Linear Discriminant Analysis (LDA), and Bayesian methods, using a dataset comprised of 16500 instances of damage in Reinforced Concrete (RC) frames subjected to seismic activities. The results indicate that the EILS-SVM is capable of accurately predicting the fragility curves of RC frames, with a computational efficiency improvement of up to 27 times compared to existing methodologies.

Keywords: RC frame structures; fragility curves; eigenvectors; support vector machines; machine learning